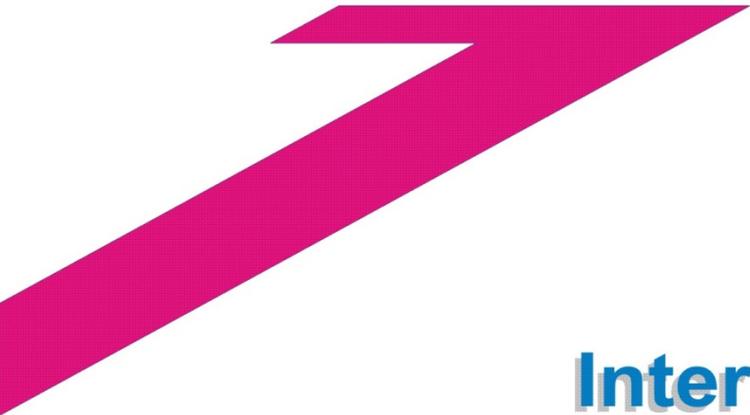


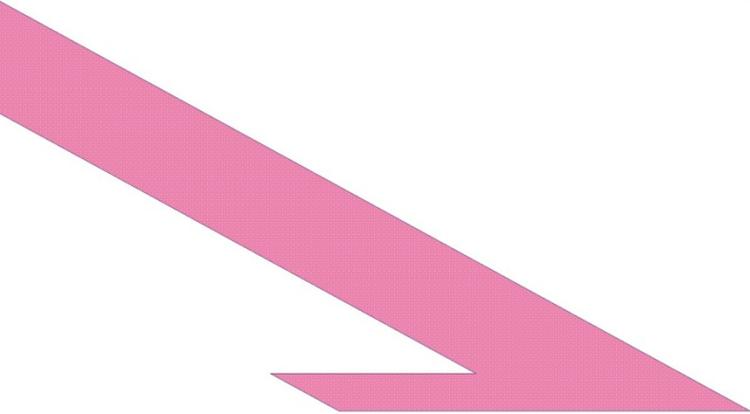


I T H E A



International Journal

INFORMATION **TECHNOLOGIES**
&
KNOWLEDGE



2019 **Volume 13** **Number 1**



**International Journal
INFORMATION TECHNOLOGIES & KNOWLEDGE**

Volume 13 / 2019, Number 1

EDITORIAL BOARD

	Editor in chief: Krassimir Markov	(Bulgaria)	
Abdelmgeid Amin Ali	(Egypt)	Larissa Zaynutdinova	(Russia)
Aleksey Voloshin	(Ukraine)	Levon Aslanyan	(Armenia)
Alexander Kuzemin	(Ukraine)	Luis F. de Mingo	(Spain)
Alexander Palagin	(Ukraine)	Natalia Ivanova	(Russia)
Alexey Petrovskiy	(Russia)	Nataliia Kussul	(Ukraine)
Alfredo Milani	(Italy)	Natalia Pankratova	(Ukraine)
Arnold Sterenharz	(Germany)	Nikolay Lyutov	(Bulgaria)
Avram Eskenazi	(Bulgaria)	Olena Chebanyuk	(Ukraine)
Darina Dicheva	(USA)	Orly Yadid-Pecht	(Israel)
Ekaterina Solovyova	(Ukraine)	Rafael Yusupov	(Russia)
George Totkov	(Bulgaria)	Rumyana Kirkova	(Bulgaria)
Givi Bedianashvili	(Georgia)	Stoyan Poryazov	(Bulgaria)
Gocha Tutberidze	(Georgia)	Tatyana Gavrilova	(Russia)
Hasmik Sahakyan	(Armenia)	Vadim Vagin	(Russia)
Iliia Mitov	(Bulgaria)	Vasil Sgurev	(Bulgaria)
Irina Petrova	(Russia)	Velina Slavova	(Bulgaria)
Ivan Popchev	(Bulgaria)	Vitaliy Lozovskiy	(Ukraine)
Jeanne Schreurs	(Belgium)	Vladimir Ryazanov	(Russia)
Juan Castellanos	(Spain)	Martin P. Mintchev	(Canada)
Koen Vanhoof	(Belgium)	Yuriy Zaychenko	(Ukraine)
Krassimira B. Ivanova	(Bulgaria)	Zurab Munjishvili	(Georgia)

International Journal "INFORMATION TECHNOLOGIES & KNOWLEDGE" (IJ ITK) is official publisher of the scientific papers of the members of the ITHEA International Scientific Society. IJ ITK rules for preparing the manuscripts are compulsory.

The **rules for the papers** for IJ ITK are given on www.ithea.org

Responsibility for papers published in IJ ITK belongs to authors.

**International Journal "INFORMATION TECHNOLOGIES & KNOWLEDGE"
Volume 13, Number 1, 2019**

Edited by the **Institute of Information Theories and Applications FOI ITHEA**, Bulgaria,
in collaboration with: University of Telecommunications and Posts, Bulgaria,
V.M.Glushkov Institute of Cybernetics of NAS, Ukraine,
Universidad Politécnica de Madrid, Spain, Hasselt University, Belgium,
University of Perugia, Italy,
Institute for Informatics and Automation Problems, NAS of the Republic of Armenia
St. Petersburg Institute of Informatics, RAS, Russia,

**Printed in Bulgaria
Publisher ITHEA®**

Sofia, 1000, P.O.B. 775, Bulgaria. www.ithea.org, e-mail: info@foibg.com
Technical editor: Ina Markova

Издател: ИТЕА®, София 1000, ПК 775, България, www.ithea.org, e-mail: info@foibg.com

Copyright © 2019 All rights reserved for the publisher and all authors.

® 2007-2019 "Information Technologies and Knowledge" is a trademark of ITHEA®

® ITHEA® is a registered trademark of FOI-Commerce Co.

ISSN 1313-0455 (printed)

ISSN 1313-048X (online)

ФОРМАЛИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПРОБЛЕМНО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ УСТРОЙСТВ НА БАЗЕ FPGA

Владимир Опанасенко, Сергей Крывый,
Станислав Завьялов

***Аннотация:** В работе предложены два метода к формализации процесса проектирования проблемно-ориентированных устройств: первый представлен прямонаправленным графом, второй – графом с подзадачей выбора множества оптимально реализованных функций. Разработан обобщенный алгоритм процесса проектирования на ПЛИС, который соответствует процессу формализации, позволяет выбрать одну из множества разработанных реализаций устройств в зависимости от заданных ограничений по параметрам либо в зависимости от постановки задачи оптимизации.*

***Ключевые слова:** проблемно-ориентированный процессор, синтез структуры, оптимизация, множество Парето, FPGA.*

***ITHEA Keywords:** C. Computer Systems Organization - C.1 Processor Architectures - C.1.0 - General.*

Введение

Базовой компонентой современных реконфигурируемых компьютеров являются кристаллы FPGA (Field-programmable gate array). Во внутренней области кристаллов расположены: матрица конфигурируемых логических блоков – Configurable logic blocks (CLB) между которыми проходят каналы трассировок, блоки статической памяти (Block RAM), модули цифровой обработки сигналов Digital Signal Processing (DSP), а также быстродействующие приемники-передатчики Rocket IO GTP/GTX transceivers (MGT). На границах кристалла расположены блоки

ввода/вывода Input/output Blocks (IOB) и средства синхронизации Clocks & Delay-Locked Loop (DLL).

Архитектура современных кристаллов FPGA семейства Virtex 7, Spartan 7 [Oranassenko, 2016] оптимизированы для использования hard core и soft core, например, кристалл XCE7VX865T семейства Virtex 7 имеет следующие встроенные блоки: 3960 усовершенствованных модулей цифровой обработки сигналов DSP48E1, контроллер шины PCI-Express и другие.

На процесс проектирования вычислительных устройств непосредственно влияют характеристики выбранного кристалла (имеющиеся логические ресурсы, память, hard core, и т.д.) и набор инструментальных средств для проектирования, которые могут включать библиотеки готовых технических решений - soft core и другие библиотеки.

В известных методах формализованного проектирования вычислительных устройств [Капитонова, 1988] сам процесс отображается последовательностью этапов, на каждом из которых проект представлен совокупностью математических моделей, описывающих их различные части. Различают три основных вида моделей - функциональные, динамические, структурные. Функциональные модели устанавливают функции, которые выполняет проектируемая система, динамические модели устанавливают процессы функционирования системы или процессы вычислений, структурные модели отражают систему в виде композиции взаимосвязанных компонентов.

Согласно [Палагин, 2006, 2007], модель проектируемого устройства можно представить, как $S = \langle M, A, B, P \rangle$, где M – множество математических методов, A – множество алгоритмов реализации метода, $B = \{b\}$ – алфавит конструктивов, из которых строится структура, P – процедура описания проекта.

Процесс проектирования состоит в решении задачи синтеза структуры на базе конструктивов $\{b\}$ алфавита B для выполнения алгоритма A по методу M .

Результатом процедуры P является описание проекта во входном языке САПР. Заметим, что критерием эффективности метода (алгоритма) являются обобщенные характеристики разработанного устройства: аппаратные затраты, быстродействие, погрешность вычислений, сложность структуры, надежность или специальные критерии.

1. Постановка задачи выбора оптимальной структуры

Задача оптимального синтеза структуры сводится к задаче оптимального выбора на предварительно сформированном (и постоянно расширяемом) множестве решений [Оранасенко, 2014, 2017] для модели S . При этом необходимо учитывать наличие весьма мощного ряда кристаллов ПЛИС: каждая из имеющихся серий представлена множеством кристаллов, отличающихся быстродействием, потребляемой мощностью, логической емкостью, типом корпуса, количеством выводов и другими важными параметрами.

Целевая функция в аналитическом виде находится одним из приближенных методов, например линейной или нелинейной интерполяции или экстраполяции, по нескольким опорным точкам (структурные реализации алгоритма), которые получают путем предварительного формирования вариантов реализаций алгоритма или берут из набора готовых CORE-ядер, которые входят в состав САПР ПЛИС [Palagin, 2017 A, B]. Из множества этих точек, где каждой r -ой точке ($r = 1 \div m$) соответствует реализация с параметрами $\langle T_r, Q_r \rangle$, формируется множество Парето на плоскости $T - Q$ с учетом соотношений [Петросян, 2012]:

$$\begin{aligned} T_1 \leq T_2 \leq \dots \leq T_r \leq \dots \leq T_m; \\ Q_1 \geq Q_2 \geq \dots \geq Q_r \geq \dots \geq Q_m. \end{aligned}$$

В общем виде, задача выбора оптимального варианта реализации алгоритма сводится к минимизации функционала

$$L_r = \alpha T_r + \beta Q_r \Rightarrow \min ,$$

с учетом ограничений:

$$\begin{cases} T_r \leq T_0; \\ Q_r \leq Q_0, \end{cases}$$

где: α, β - весовые коэффициенты, которые могут быть определены, например, методом экспертных оценок; T_0, Q_0 - заданные предельные значения параметров T_r и Q_r .

Если заданным ограничениям удовлетворяет единственная точка множества Парето, то реализация, соответствующая этой точке, является оптимальной. Если ограничениям удовлетворяют несколько таких точек, то необходимо минимизировать функционал.

Рассмотрим два подхода к формализации процесса проектирования: первый представлен прямонаправленным графом, второй - графом с подзадачей выбора множества оптимально реализованных функций.

Первый метод формализации представлен графом (рис. 1.). Пусть задана постановка задачи D из предметной области, которая может быть решена несколькими методами $D = \bigcup M_i, (\forall i = 1 \div n)$. Для каждого из методов существует некоторое множество алгоритмов реализации $A(M_i) = \bigcup A_{ij}, (\forall j = 1 \div m_i)$. Каждый из алгоритмов реализуется на базе множества $B = \{F_\lambda\}, (\forall \lambda = 1 \div s)$ заданных функций (например, сложение, умножение и другие). Каждая функция конструктива B может быть реализована несколькими вариантами $F_{ij} = \bigcup C_\gamma(P_\psi(B_j)), (\forall \psi = 1 \div KP_{ij}, \forall \gamma = 1 \div k_{ij\psi})$. Количество вариантов, которые удовлетворяют постановке задачи, будут определяться величиной $KR_{ij} = KR'_{ij} - KR''_{ij}$, где KR'_{ij} - общее количество возможных вариантов реализаций множеств функций, KR''_{ij} - количество вариантов реализаций множеств функций, которые не удовлетворяют постановке задачи оптимизации, и в работе не рассматриваются, поскольку для любой реализации структуры устройства характеристики устройства не будут удовлетворять постановке задачи.

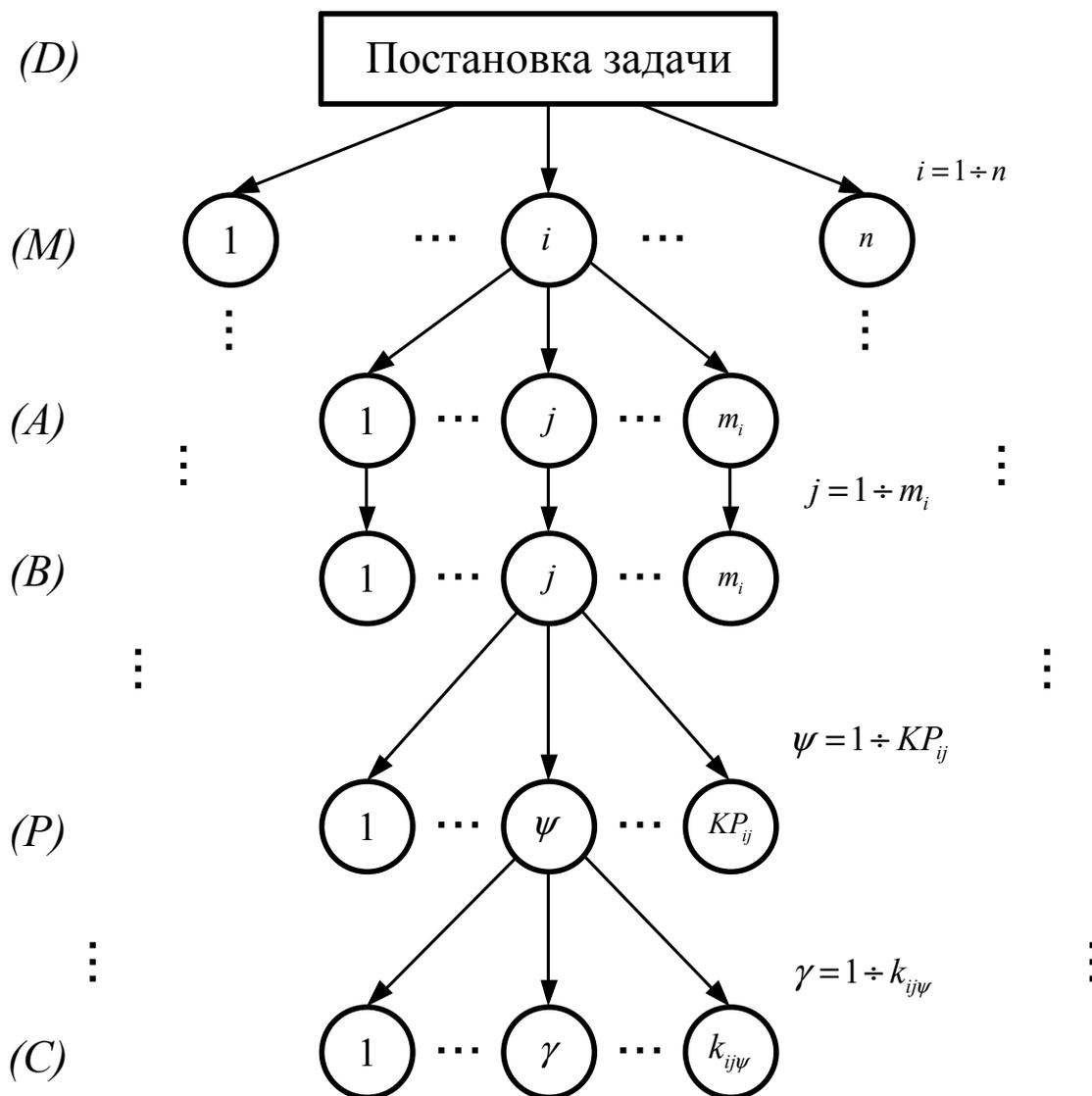


Рис. 1. Граф первого метода формализации.

Решение задачи синтеза структуры устройства заключается в выборе из набора существующих $\{C_\gamma\}$ ($\forall \gamma = 1 \div k_{ij\psi}$) одной оптимальной структуры, удовлетворяющей постановке задачи оптимизации. Рассмотрим постановку задачи оптимизации для первого метода формализации, которая может быть сформулирована как задача минимизации целевой функции с комплексными параметрам:

$$\alpha \sum_i \sum_j \sum_\psi \sum_\gamma q_{ij\psi\gamma} x_{ij\psi\gamma} + \beta \sum_i \sum_j \sum_\psi \sum_\gamma t_{ij\psi\gamma} x_{ij\psi\gamma} \Rightarrow \min ,$$

$$(\forall i = 1 \div n); (\forall j = 1 \div m_i); (\forall \psi = 1 \div KR_{ij\psi}); (\forall \gamma = 1 \div k_{ij\psi})$$

Учитывая ограничения:

$$\sum_i \sum_j \sum_\psi \sum_\gamma q_{ij\psi\gamma} x_{ij\psi\gamma} \leq Q_0 ,$$

$$\sum_i \sum_j \sum_\psi \sum_\gamma t_{ij\psi\gamma} x_{ij\psi\gamma} \leq T_0 ,$$

$$(\alpha + \beta) = 1, \sum_\gamma x_{ij\psi\gamma} = 1 ,$$

где α, β - весовые коэффициенты, которые могут быть определены методом экспертных оценок ($\alpha, \beta \in [0, 1]$); $q_{ij\psi\gamma}, t_{ij\psi\gamma}$ - аппаратные и временные оценки (относительные) γ -го варианта структуры устройства построенного на функциях из ψ -го множества описаний реализаций функций для j -го алгоритма i -го метода поставленной задачи; $x_{ij\psi\gamma}$ - булева переменная, которая определяет подходящий вариант реализации структуры устройства ($x_{ij\psi\gamma} \in \{0, 1\}$); Q_0, T_0 - (относительные) аппаратные и временные ограничения в постановке задачи D .

Тогда решение задачи может быть получено методами целочисленного математического программирования. Методы решения таких задач достаточно хорошо разработаны и позволяют за допустимое время получать приемлемое решение [Сергиенко, 2003].

Для такой постановки задачи оптимизации KR'' равно количеству тех вариантов реализаций множеств функций, которые не удовлетворяют системе ограничений:

$$\begin{cases} \sum_\lambda Q_\lambda < Q_0; \\ \max \{T_\lambda\} < T_0, \end{cases}$$

где $\sum_{\lambda} Q_{\lambda}$ - сумма аппаратных характеристик реализаций функций ψ -го множества, $\max\{T_{\lambda}\}$ - максимальный временной параметр реализации из всех функций ψ -го множества.

Отличие **второго метода формализации** от первого (рис. 2) состоит в том, что из множества заданных функций $B_{ij} = \{F_{ij\lambda}\}$, ($\forall \lambda = 1 \div s$) формируется множество оптимально реализованных функций $B'_{ij} = \{F'_{ij\lambda}\}$, ($\forall \lambda = 1 \div s$), то есть множество из перебора ($1 \div KR_{ij}$), которое для конкретной реализации структуры устройства будет соответствовать постановке задачи оптимизации.

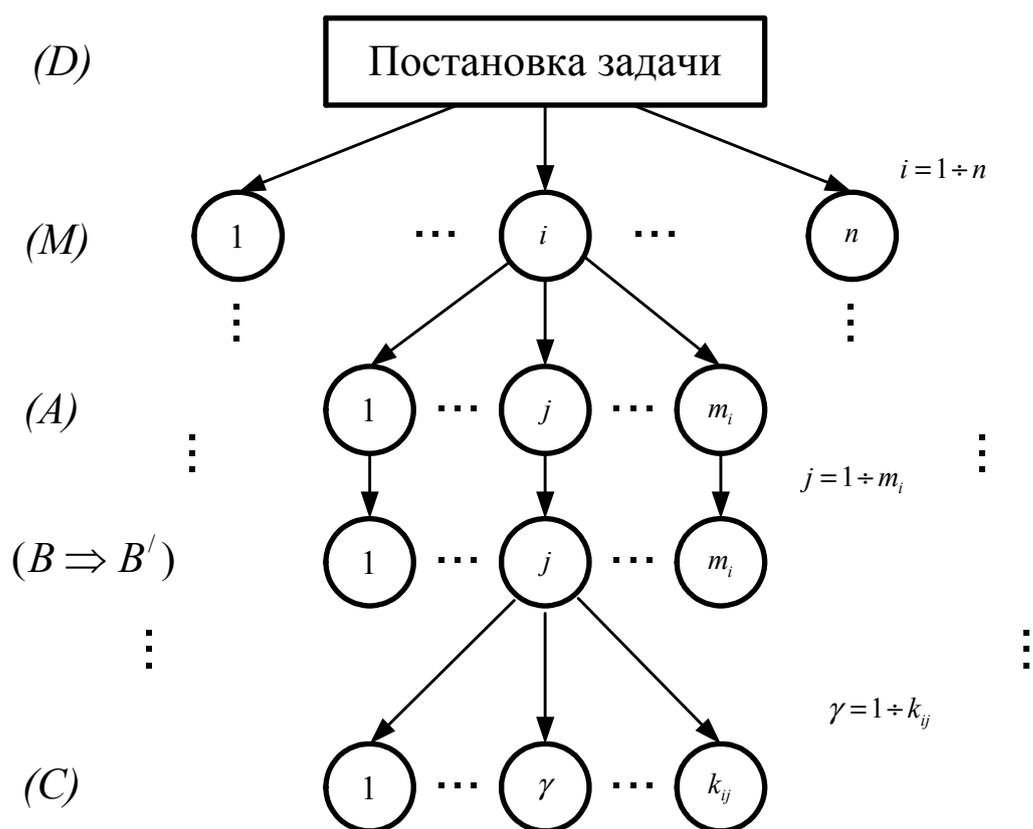


Рис. 2. Формализация процесса проектирования вторым методом.

Отображение $B \Rightarrow B'$ - решение задачи выбора множества оптимально реализованных функций (рис. 3), которое в свою очередь зависит от постановки задачи оптимизации, алгоритма и реализации структуры устройства.

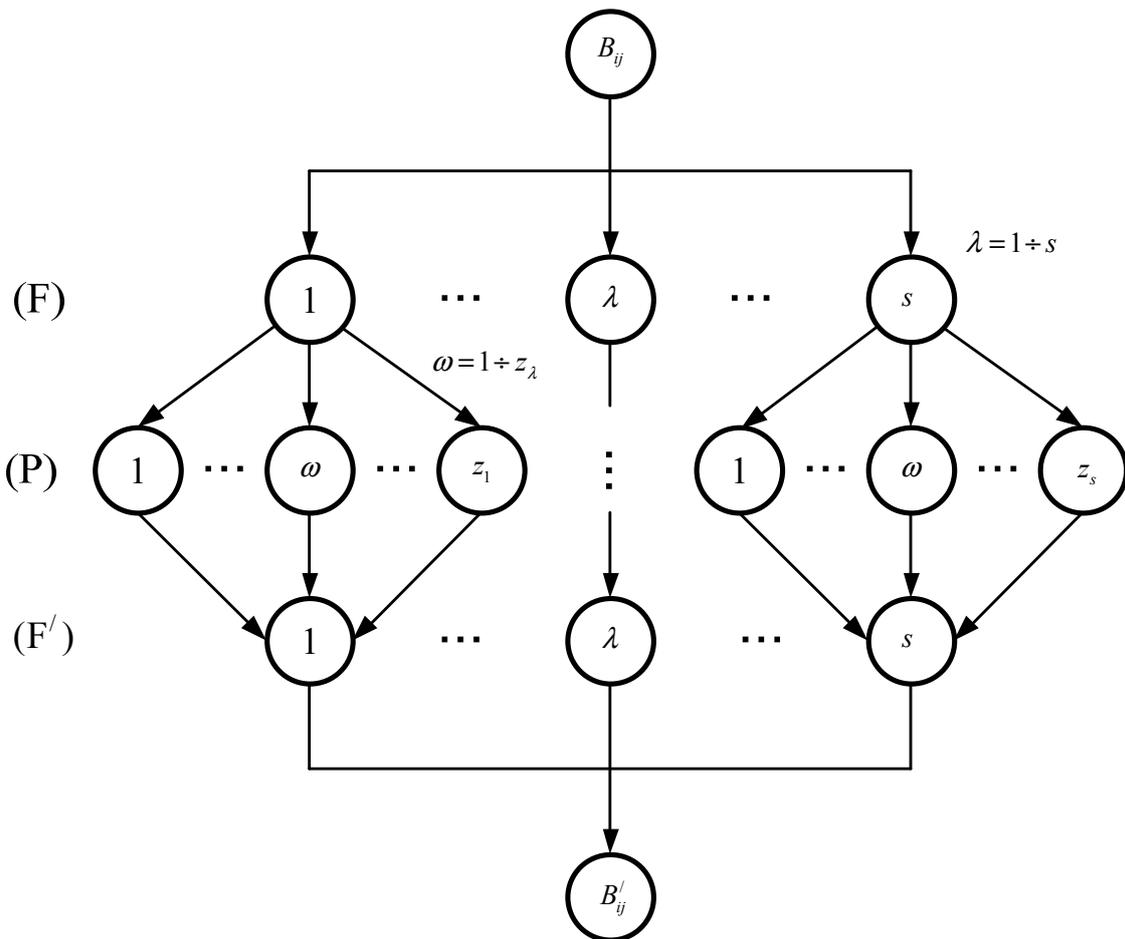


Рис. 3. Задача выбора множества оптимально реализованных функций

Решение задачи синтеза реализации структуры устройства будет заключаться в выборе оптимальной структуры из набора существующих $\{C_{ij\gamma}\}$, $(\forall \gamma = 1 \div k_{ij})$, с отметкой, что структура $C_{ij\gamma}$ будет строиться на множестве оптимально реализованных функций F' , а задача выбора множества оптимально реализованных функций рассматривается отдельно.

Рассмотрим постановку задачи оптимизации для второго типа формализации:

$$\alpha \sum_i \sum_j \sum_\gamma q_{ij\gamma} x_{ij\gamma} + \beta \sum_i \sum_j \sum_\gamma t_{ij\gamma} x_{ij\gamma} \Rightarrow \min ,$$

$$(\forall i = 1 \div n) (\forall j = 1 \div m_i) (\forall \gamma = 1 \div k_{ij})$$

учитывая ограничения:

$$\sum_i \sum_j \sum_\gamma q_{ij\gamma} x_{ij\gamma} \leq Q_0, \sum_i \sum_j \sum_\gamma t_{ij\gamma} x_{ij\gamma} \leq T_0, \sum_\gamma x_{ij\gamma} = 1,$$

$$(\alpha + \beta) = 1, \sum_\gamma x_{ij\gamma} = 1$$

Задача выбора множества оптимально реализованных функций будет заключаться в переборе из KR_{ij} комбинаций множеств функций и выборе множества оптимально реализованных функций таким образом, чтобы устройство соответствовало задаче оптимизации.

2. Обобщенный алгоритм процесса проектирования

На рис. 4 приведена блок-схема алгоритма процесса проектирования, где ВР - процедура верификации, условия в вершинах 3, 5 и 7 (01): успешное выполнение верификации; (00), (10) - неуспешное выполнения верификации по двум признаками верификации.

Алгоритм процесса проектирования включает следующие:

- 1: Постановка задачи включает разработку технического задания и формулировку задачи оптимизации параметров устройства.
- 2: Выполняется анализ существующих методов из множества M решения рассматриваемой задачи; в случае отсутствия таковых, разрабатываются новые методы; если имеются, то выбирается один из методов $M_i \subset M, (\forall i = 1 \div n)$.
- 3: Проверяется соответствие погрешностей, полученных в результате применения выбранного метода, ограничениям задачи оптимизации; используется верификация методом технического обзора документации. В

случае положительного решения верификации (10) выполняется переход к вершине 4. Если погрешности всех существующих и новых методов не удовлетворяют ограничениям задачи оптимизации (10), то выполняется переход ($i = i + 1$) на вершину 2. Если проанализированы все методы $M_i \subset M$ и новые разработанные методы, то устройство не может быть реализовано (10) и выполняется переход на вершину 15.

4: Выполняется анализ существующих алгоритмов реализации выбранного метода и разработка новых алгоритмов реализации; выбирается один из алгоритмов.

5: Проверяется соответствие погрешностей, полученных при использовании выбранного алгоритма, заданным ограничениям задачи оптимизации. В случае несоответствия ограничениям задачи оптимизации, и когда не все алгоритмы рассмотрены, то выполняется переход (10) на вершину 4 ($j = j + 1$). В случае несоответствия, и когда рассмотрены все алгоритмы, то выполняется переход (00) на вершину 2 для выбора другого метода ($i = i + 1$). Иначе переход (01) на вершину 6.

6: Выполняется анализ функций, используемых в выбранном алгоритме, поскольку источников получения функций может быть достаточно большое количество, то для каждой из функции будем иметь одну или более реализаций.

7: В случае отсутствия хотя бы одной функции, используемой в алгоритме, происходит переход на вершину 4 (10) для выбора другого алгоритма ($j = j + 1$). Если выбранные реализации функций не могут быть использованы для данного устройства (00) вследствие различных причин, избирается другая реализация данной функции ($\psi = \psi + 1$).

8: Выбирается или разрабатывается структура устройства.

9: В случае невозможности построить структуру устройства на выбранных реализациях функций, выбираются новые реализации ($\psi = \psi + 1$).

10: Выполняется реализация поведенческой модели и синтез устройства средствами САПР.

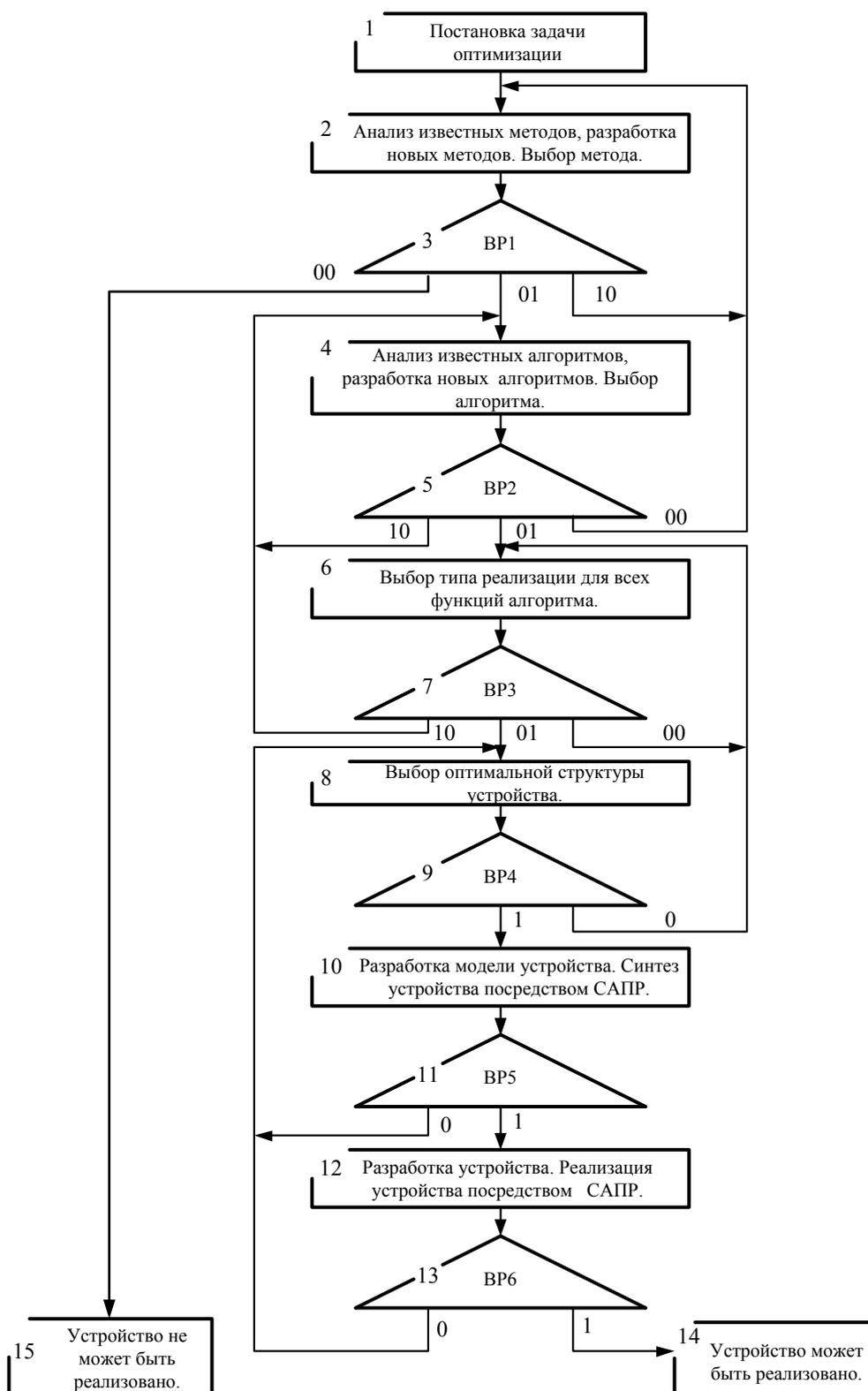


Рис. 5. Блок-схема алгоритму процесса проектирования

11: Проверяется функциональность устройства методом поведенческого моделирования.

12: Выполняются этапы: компоновка и трассировка устройства (MAP, Place and Route, Trace).

13: Проверяется функциональность устройства методом моделирования с реальными задержками. Полученные характеристики проверяются на соответствие ограничениям постановки задачи. В случае несоответствия выполняется переход к вершине δ ($\gamma = \gamma + 1$). Если же подтверждена функциональность и характеристики устройства, соответствуют постановке задачи оптимизации, то проект устройства считается реализованным.

Заключение

Предложено два метода формализации процесса проектирования, которые предназначены для описания процесса разработки цифрового устройства на ПЛИС и выбора одного варианта структурной реализации путем перебора в соответствии с одной из постановок задачи оптимизации. Первый метод рассматривает все варианты структурных реализаций, то есть для каждой из C_{ij} структуры KR_{ij} вариантов.

Во втором методе уменьшается количество структурных реализаций для решения задачи синтеза структуры за счет решения задачи выбора множества оптимально реализованных функций. Разработана блок-схема алгоритма процесса проектирования на ПЛИС, которая соответствует формализации процесса проектирования, и позволяет установить реализацию устройства по заданным ограничениями параметров или постановке задачи оптимизации.

Библиография

[Капитонова, 1988] Капитонова Ю.В., Летичевский А.А. Математическая теория проектирования вычислительных систем. М.: Наука, 1988. 296 с.

-
- [Сергиенко, 2003] Сергиенко И.В., Шило В.П. Задачи дискретной оптимизации. Проблемы, методы решения, исследования. Киев: Наукова Думка, 2003. 261 с.
- [Палагин, 2006] Палагин А.В., Опанасенко В.Н. Реконфигурируемые вычислительные системы. Киев: Просвіта, 2006. 295 с.
- [Палагин, 2007] Палагин А.В., Опанасенко В.Н. Проектирование реконфигурируемых систем на ПЛИС. *Технология и конструирование в электронной аппаратуре*. 2007. №3. С. 15-19.
- [Петросян, 2012] Петросян Л.А., Зенкевич Н. А., Шевкопляс Е. В. Теория игр. СПб: БХВ-Петербург, 2012, 432 с.
- [Опанасенко, 2014] Опанасенко В.М., Крывий С.Л. Прямая задача синтеза адаптивных логических сетей. *International Journal "Information Technologies & Knowledge"*. София: ИТЕА, 2014, Vol. 8, N.1. P. 3–12.
- [Опанасенко, 2016] Опанасенко V., Kryvyi S. Synthesis of multilevel structures with multiple outputs. CEUR Workshop Proceeding of 10th International Conference of Programming, UkrPROG 2016; Kyiv. Ukraine. 2016. Vol. 1631, Code 122904. P. 32–37.
- [Опанасенко, 2017] Опанасенко V.N., Kryvyi S.L. Synthesis of neural-like networks on the basis of conversion of cyclic Hamming codes. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2017. Vol. 53, N.4. P. 627–635. DOI: DOI 10.1007/s10559-017-9965-z.
- [Palagin, 2017A] Palagin A.V., Опанасенко V.N., and S.L. Kryvyi, Resource and Energy Optimization Oriented Development of FPGA-Based Adaptive Logical Networks for Classification Problem. [In: Green IT Engineering: Components, Networks and Systems Implementation, V. Kharchenko, Y. Kondratenko, J. Kacprzyk \(Eds.\). 2017. Vol. 105. Berlin, Heidelberg: Springer International Publishing. P. 195–218.](#) DOI: DOI 10.1007/978-3-319-55595-9_10.
- [Palagin, 2017B] Palagin A., Опанасенко V. The implementation of extended arithmetic's on FPGA-based structures. Proceedings of the 9th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications, IDAACS'2017. (21–23

September 2017, Bucharest, Romania). 2017. Vol. 2. P. 1014–1019. DOI: DOI 10.1109/IDAACS.2017.8095239.

Сведения об авторах

Опанасенко Владимир Николаевич – профессор, доктор технических наук, ведущий научный сотрудник Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Украина, Киев, 03187, просп. Глушкова, 40; **e-mail:** opanasenkovm@nas.gov.ua

Кривый Сергей Лукьянович – профессор, доктор физико-математических наук, профессор Киевского национального университета им. Тараса Шевченко, Украина, Киев, 03187, просп. Глушкова, 4д, Факультет кибернетики; **e-mail:** krivoi@i.com.ua

Завьялов Станислав Борисович – кандидат технических наук, директор ООО «Радионикс», Украина, Киев; **e-mail:** radionix13@gmail.com.

Formalization of the process of designing the FPGA-based problem-oriented devices

Volodymyr Opanasenko, Sergii Kryvyi, Stanislaw Zavyalov

Abstract: *The two formalization methods of the design process of problem-oriented devices are proposed. The first one is represented by a direct-directed graph, the second one - is a graph with a subtask of selecting a set of optimally implemented functions. A general algorithm for the FPGA design process is developed. That algorithm corresponds to the formalization process, and allows you to select one of the set developed device implementations depending on the specified constraints on the parameters or on the basis of the optimization problem.*

Keywords: *problem-oriented processor, structure synthesis, optimization, Pareto set, FPGA.*

АЛЬТЕРНАТИВНЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА И ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ НА ОСНОВЕ ТЕНЗОРНЫХ ДЕКОМПОЗИЦИЙ

Юрий Минаев, Николай Гузий,
Оксана Филимонова, Юлия Минаева

Аннотация: Рассматривается проблема решения задач принятия решений в условиях неопределенности при помощи методов и моделей теории нечетких множеств с ограниченными возможностями назначения функций принадлежности. Показана возможность формирования подмножества упорядоченных пар, в котором одна из компонент аналогична функции принадлежности, путем тензоризации универсального множества с последующей сингулярной декомпозицией. В качестве одного из способов тензоризации и учета феномена нечеткости предложено использовать Теплицеву матрицу с выбором главной диагонали, наиболее эффективно моделирующую нечеткость. Универсальное множество, на котором сформировано нечеткое множество, в тензорном формате содержит скрытую информацию, которая может быть использована при принятии решения не менее эффективно, чем эвристически назначенная функция принадлежности. Приведены примеры, показывающие высокую эффективность использования подмножества упорядоченных пар при решении реальных задач в условиях неопределенности.

Ключевые слова: принятие решений, условия неопределенности, нечеткое множество, функция принадлежности, тензор, сингулярная декомпозиция, Теплицева матрица, подмножество упорядоченных пар.

ACM Classification Keywords: G.1.0 Mathematics of Computing– General – Error analysis; G.1.6 Mathematics of Computing – NUMERICAL ANALYSIS – Optimization –; I.2.3 Computing Methodologies – ARTIFICIAL INTELLIGENCE – Uncertainty, “fuzzy”, and probabilistic reasoning; I.2.6 Computing Methodologies – ARTIFICIAL INTELLIGENCE

Введение

Теория Нечетких Множеств (ТНМ) в настоящее время является востребованным аппаратом решения задач (в частности, принятия решений) в условиях неопределенности. Математический аппарат ТНМ хорошо разработан, он корректен.

Основополагающими парадигмами ТНМ являются следующие:

- ТНМ моделирует психологический процесс принятия решения человеком в условиях неопределенности;
- функция принадлежности (ФП) формализует этот процесс, представляет собой неявное знание.

В последнее десятилетие в науке и практике возник ряд задач и научных направлений, где применение ТНМ столкнулось с непредвиденными трудностями. В частности, использованное в ТНМ понятие ближайшего множества (четкого [Кофман, 1982]) не коснулось определения ближайшего нечеткого множества (НМ) или любого другого [Zhang and Ding, 2013], что снизило потенциальные возможности ТНМ [Zimmermann, 2001; Круглый стол, 2001]. В экономической науке появилось новое научное направление, связанное с т.н. теорией перспектив, которое переросло экономику, т.к. декларированные и практически доказанные авторами – [Kahneman and Tversky, 1979, 1992; Канеман и Тверски, 2003] - положения оказались ведущими для принятия решений в условиях неопределенности не только для экономической науки [Павлов, 2007].

В работе [Нариньяни, 2008] показано, что ТНМ, в которой нечеткое множество - основной объект теории, на самом деле - один из видов многочисленных НЕ-факторов, нуждается в качественной модернизации изначальной методологии исследования. Целый ряд практических приложений ТНМ вскрыл ограниченную возможность решения многих классов задач. В работах [Dug Hun Hong, 2001; Ягер, 1986] показано, что не существует инверсий для нечетких чисел в операциях арифметического сложения и умножения. Недостаток инверсии становится значимым при использовании нечетких чисел в приложениях,

реализующих мультиаспектные процессы принятия решений, анализ допусков в сложной системе и др.

Прикладные специалисты используют НМ в различных областях, где имеет место неопределенность, неточность или другие НЕ-факторы [Воробьев, 2007]. Парадигма ТНМ о том, что выбор функции принадлежности человеком (экспертом) на основе здравого смысла и опыта, **всегда** является рациональным, не выдерживает критики. В соответствии с исследованиями Нобелевских лауреатов Д.Канемана и Д.Тверски [Kahneman and Tversky, 1979, 1992] до 75 % решений, принимаемых личностью, относятся к т.н. аномалиям рационального поведения. Отсутствие ответов на «элементарные» (с точки зрения пользователей ТНМ) вопросы приводит к росту количество операций над НМ, практически в каждой оригинальной работе есть попытки ввести новые операции, объясняя это спецификой задачи.

Вместе с тем, решение многих задач в условиях неопределенности с успехом реализуют методы и модели тензорных декомпозиций (ТД). В работе [Родионова, 2006] показано, что применению ТД при моделировании объекта в условиях неопределенности в существенной мере способствовало то, что одна из отраслей науки – *хеометрика*, родившаяся на стыке химии и математики, показала не только реально значимые результаты в решении *своих* задач, но и возможность распространения разработанного математического аппарата на другие отрасли знаний.

Выяснилось, что одна из важных задач искусственного интеллекта – извлечение наиболее существенной информации при анализе ограниченного объема доступных данных (неопределенность) – достаточно эффективно решается представителями хеометрики. Естественно желание использовать эти возможности в ТНМ, несмотря на свои очевидные ограничения, ТНМ это наиболее распространенная методология решения задач в условиях неопределенности.

Теория нечетких множеств декларирует универсальность своих моделей и всеобщность их применения, хотя существует целый ряд процессов,

объектов, явлений, не поддающихся содержательному (формальному) представлению в виде НМ (в смысле Л.Заде) в силу сложности происходящих процессов или их недостаточной изученности. Возникают ситуации, где здравый смысл и опыт (экспертные оценки) существенно ограничены. По мнению авторов данной работы, несомненные успехи ТНМ в большой степени связаны с тем, что в качестве рабочей модели применяется новая структура – *подмножество упорядоченных пар* с назначением одной из компонент смысла весовой функции. Выскажем мысль, что синтез ТНМ и ТД может открыть новые возможности *в мягкой математике* [Андрианов, 2013].

Как известно, одной из задач, решаемых интеллектуальными системами, является выделение *скрытых знаний* в составе исходного множества данных (ИМД), в частности в составе универсального множества (УМ), на котором формируется нечеткое множество. Это предполагает учет многофакторных данных без предварительного выделения т.н. *существенных* (субъективно назначенных) факторов. Обратим внимание, что ТНМ использует ИМД практически только для назначения УМ, на котором определяется НМ, а ФП назначается экспертно (здравый смысл × опыт эксперта) с минимальным использованием состава ИМД. Кроме того, возможности УМ в смысле получения новых (скрытых) знаний практически не используются.

Современное состояние проблемы

Недостаточность функции принадлежности (с точки зрения представления неопределенности) для целого ряда ситуаций показана практически одновременно с созданием теории НМ. В работах [Atanassov, 1986,1989] предложены т.н. *интуционистские* НМ (IFS), определяемые на универсуме U : IFS над U – множество упорядоченных троек: элемент универсума, степень членства M , степень не-членства N так что $M + N \leq 1$ и $M, N \in [0, 1]$. Когда $M + N = 1$ получаем НМ, и если $M + N < 1$ есть неопределенность, которая равна $1 - M - N$. На основании упорядоченных троек IFS дополнительно предложены несколько обобщений НМ [Круглый стол, 2004] .

С другой стороны, до сих пор не нашел отражения в научной литературе факт определенной избыточности ФП, состоящий в том, что в ряде случаев представление нечеткого утверждения (например, типа *близко к..., примерно равно...* и др.) в виде НМ не зависит от вида ФП. В соответствии с принятыми в ТНМ принципами выполнения арифметико-логических операций, формулируемое утверждение может моделироваться НМ с любой ФП из стандартных библиотек, например MATLAB, получая близкое дефадзифицированное значение и практическую близость по норме. Это позволяет полагать существование некоторой обобщающей ФП. Обратим внимание на то, что метода или способа сравнительной проверки рациональности выбора ФП не предложено.

Прежде чем перейти к изложению предлагаемой тензорной (альтернативной) методологии моделирования неопределенности без экспертного назначения ФП, основанной на использовании альтернативных подмножеств упорядоченных пар, где одна из компонент – весовая функция, обратим внимание на основные принципы, положенные Л.Заде в основу созданной им ТНМ, используя работу [Турксен, 2005]. В этой работе отмечены оригинальные идеи и модели, введенные Л.Заде, в частности новые подходы к анализу сложных человеко-машинных систем, которые открыли принципиально новые возможности решения задач управления в условиях неопределенности, используя нотацию «рассуждений, похожих на *рассуждения здравого смысла у человека*».

Психологи в своих исследованиях пришли к пониманию того факта, что одна из самых замечательных человеческих способностей - выполнять решение широкого круга физических и психических задач, в т.ч. принятие решений, не прибегая к измерениям или вычислениям, связана именно со здравым смыслом (ЗС). В основе этой способности лежит важнейшее свойство человеческого мозга, связанное с манипулированием сенсорно-перцептивными образами: ощущениями расстояния, размера, веса, силы, цвета, сходства, истинности и других физических и психических характеристик. Основное отличие между перцептивными оценками и

измерениями заключается прежде всего в том, что измерения являются четкими, тогда как оценки – нечеткими.

Вместе с тем, ни в одной из работ огромная армия специалистов, занимающихся теорией ИМ, не дала хотя бы рабочее определение здравого смысла, на который возложены такие колоссальные задачи. Попутно укажем, что нобелевские лауреаты Д. Канеман и А. Тверски [Канеман и Тверски, 2003] рассматривают ЗС объективно и достаточно сдержанно. На наш взгляд, наиболее компетентную трактовку данного термина дает Merriam Webster, согласно которому ЗС подразумевает «... разумное суждение, основанное на обычном восприятии ситуации или фактов» [Merriam-Webster, 2008]». Это определение предполагает, что ЗС зависит от того, насколько просто оценивается ситуация, обращаясь к опыту и общей осведомленности о ситуации (здоровое и разумное суждение), уверенность в себе, применимости полученного опыта в будущих проблемных ситуациях.

В работе [Albrecht, 2007] ЗС назван *практическим интеллектом* и определяется как "умственная способность справляться с проблемами и возможностями жизни». Но главное состоит в том, что здравый смысл *зависит от ситуации и обстоятельств*, конкретно ЗС в одном из аспектов жизни может проявлять себя безупречно, а в другом – отсутствовать. Цели ЗС - это в основе своей мысли, которые позволяют предотвратить личность от *нерациональных ошибок* или решений, и дает возможность увидеть картину в целом.

Обратимся снова к Канеману Д. и Тверски А. [Канеман и Тверски, 2003], показавших, что способность человек принимать рациональные решения, основываясь на здравом смысле, не превышает 15÷20 %, в остальных случаях – принимаемые решения относятся к т.н. *аномалиям рационального поведения* и зависят от целого ряда факторов. Функции принадлежности, принятые на основе ЗС, по определению не могут быть все 100 % рациональными. Укажем, что в соответствии с работами [Канеман и Тверски, 2003], [Нариньяни, 2008] ЗС в ряде задач принятия решений в условиях неопределенности продиктован подходами

математической статистики и его можно сформулировать в форме утверждения «...ближе к центру».

Сделаем одно замечание. В математике и логике существуют т.н. *правдоподобные* выводы и рассуждения, основанные на здравом смысле. В известной работе [Пойа, 1975] приводятся примеры, когда правдоподобные выводы или рассуждения являются математически некорректными, в то же время корректные математически выводы (рассуждения) часто представляются неправдоподобными, не имеющими ничего общего со здравым смыслом. Обратим внимание, что интуиция ученого, весьма отдаленно связанная со ЗС, играет решающую роль в принятии рационального решения.

Заканчивая анализ состояния проблемы, обратимся к работам [Круглый стол, 2001], [Тарасов, 2006], в которых группой известных специалистов приводится видение будущего ТНМ как науки. Каноническая версия ТНМ, предложенная в 1965 г. Л. Заде, опирается на понятие функции принадлежности, которое представляет собой прямое обобщение двузначной характеристической функции. Она использует весьма сильные логические допущения о природе принадлежности. Главными из них являются: а) принцип бивалентности; б) принцип различимости; в) принцип взаимной компенсации принадлежности и не принадлежности. Согласно принципу бивалентности, любой элемент либо принадлежит, либо не принадлежит множеству: третье исключено.

Область значений принадлежности НМ вовсе необязательно должна быть интервалом $[0, 1]$ и, вообще, интервалом чисел: это может быть некоторая структура (цепь, решетка L , решеточно упорядоченный моноид и др.). Тем не менее, большинство известных расширений нечетких множеств (например L -нечеткие множества, которые представляют собой функции вида $A: X \rightarrow L$) также опираются на принципы бивалентности однозначности и взаимной компенсации [Тарасов, 2006]. Во многих реальных ситуациях наряду с нечеткостью требуется учитывать другие возможные НЕ-факторы [Нариньяни, 2008]: неточность, неопределенность, недоопределенность, противоречивость и др. Это означает необходимость перехода к новым

базовым семантикам принадлежности. Наконец, для расширения областей значений функций принадлежности могут использоваться произведения решеток.

Новый виток развития ТНМ обусловлен введением нетрадиционных и гибридных нечетких множеств. К числу нетрадиционных относятся векторнозначные, интервальнозначные, нечеткозначные, гетерогенные, двухосновные нечеткие множества. Примером двухосновных нечетких множеств являются интуиционистские нечеткие множества [Atanassov, 1986], [Atanassov, 1989], описываемые парами функций принадлежности μ и непринадлежности ν соответственно, $\tilde{A} = \{(x, \mu_A(x), \nu_A(x))\}$, где $\mu_A: X \rightarrow [0,1]$, $\nu_A: X \rightarrow [0,1]$. Таким образом, здесь допускаются пресыщенные оценки «принадлежности – непринадлежности», причем $\mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1$.

Другим показательным примером служат обобщенные нечеткие оценки на полярных шкалах $\tilde{A} = \{(x, \mu_{A^+}(x), \mu_{A^-}(x))\}$. В работе [Тарасов, 2006] с целью развития единого подхода к построению нетрадиционных и гибридных нечетких множеств предлагается понятие BL-нечеткого множества, которое выражается функцией $A: X \rightarrow BL$.

Основной информационной гранулой в ТНМ является НМ, получаемая информация зависит от цели решаемой задачи, она может быть только в форме НМ, в частности, в большинстве случаев с табулированной ФП. Исходное множество данных содержит данные, реально зашумленные, скрывающие нужную информацию, в частности, пропуски данных, которых с точки зрения ТНМ не может быть в принципе. Обратим внимание, что НМ может представляться в виде, аналогичном блочному, ФП может быть другим НМ, ФП которого может быть также НМ и т.д. Например, рассматриваемое в работе [Piegat and Plucinski, 2015] НМ, использует стандартную (вертикальную) ФП и горизонтальную ФП, НМ представляется трехмерным объектом, однако даже в этом случае НМ может обрабатываться на уровне одномерной ФП.

Один из наиболее важных результатов хемометрики состоит в том, что использование многомерного подхода к моделированию неопределенности при планировании экспериментов и анализе их

результатов позволяет достичь *существенного сокращения неопределенности* за счет увеличения количества переменных в единственном измерении (эксперименте). Весьма актуальным и значительным является проверка свойств эвристически сформированного НМ в предположении его многомерности.

Приводимые в работе авторами примеры показывают, что существует определенный диссонанс между семантикой НМ с ФП, назначенной на основе эвристик, и подмножеством упорядоченных пар (ПМУП), сформированным на основе многомерного (тензорного) подхода к неопределенности. В общем случае подмножество упорядоченных пар (ПМУП) является объективной моделью неопределенности, не уступающей НМ.

В работе [Нариньяни,2010] предпринята попытка дать философскую трактовку теории НЕ-факторов, в которой нечеткость – один из неограниченного множества НЕ-факторов. В этом плане показательной является работа [Хайтун,2013], в которой рассмотрена современная философская трактовка энтропии как меры беспорядка/сложности. Интерес к данной работе в контексте рассматриваемых проблем обусловлен тем, что энтропия в ТНМ также выступает как мера неопределенности, а введение ФП как *результата неявного знания* позволяет провести аналогии со многими выводами, сформулированными в этой работе.

Автор работы [Хайтун, 2013] отмечает, что беспорядок/сложность (обуславливающие в нашей трактовке неопределенность) - это в терминах теории измерений – *латентная* переменная, она непосредственно не наблюдаема, представляя собой не более чем представление субъекта измерения об измеряемом свойстве (назначение ФП). Непосредственно наблюдаемы (измеряемы) *индикаторы*, значения которых связывают со значениями латент специальные конструкции - *метрические модели*, общепринятой теории которых до сих пор не существует. Обратим внимание, что для НМ такими индикаторами

являются дефадзифицированные значения \tilde{x} и норма НМ, представленного как матрица $n \times 2$, $\tilde{x} = \begin{pmatrix} x & \mu^x \end{pmatrix}_1^n$.

В теории нечетких множеств неявное знание было использовано при постулировании факта, что раскрытие неопределенности не только возможно, но и рационально при помощи эвристически назначенной ФП. Однако здравый смысл и возможность человека решать задачи в условиях неопределенности, не прибегая к сложным формальным моделям, относится к области неявных знаний, энтропийный подход целиком может быть перенесен на неопределенность и связанную с ней ТНМ и ее главный индикатор – функцию принадлежности.

Постановка задач исследования

Психологическая *природа* человека, лежащая в основе здравого смысла, на основе которой формируется стандартная ФП, многогранна и сложна. Точно также сложна и многогранна природа неопределенности, а нечеткие множества – один из наиболее популярных способов ее представления. Многогранность природы неопределенности не позволяет в целом ряде случаев применять мощный аппарат ТНМ в силу того, что эвристическая ФП не может быть назначена.

Основной целью работы является необходимость показать на конкретных реальных примерах целесообразность и рациональность создания дополнительного канала формирования вектора, обладающего свойствами весовой функции (подобной ФП), но в отличие от последней, получаемой на основании формальных методов, т.е. явного знания.

Известно [Родионова, 2006], [Крон, 1978], что для моделирования сложных явлений наиболее подходит *тензор* (что убедительно показали психометрия, хемометрика и особенно работы Г.Крона), поэтому, учитывая, что ТНМ – одно из мощнейших средств решения задач в условиях неопределенности, следует безусловно рассмотреть альтернативные модели неопределенности, в частности, на основе тензорных моделей.

По мнению авторов данной работы такой математический объект, как тензор, не только наиболее подходит для моделирования феномена неопределенности, но и создает дополнительные возможности решения новых классов задач [Минаев, 2013]. Обратим внимание, что моделирование феномена нечеткости (смазывания или размывания) в задачах обработки сигналов эффективно выполняется при помощи специальных матриц, в частности, Теплицевой матрицей. Семантика понятия «тензор», которым обычно пользуются, например, в психометрии такова: тензором описывается некоторое свойство объекта (или сам объект), обычно настолько сложное, что требуется несколько характеристик. Неопределенность – сложное состояние объекта, представлять такое состояние только одним объектом – нечетким множеством, идентифицируемым по функции принадлежности, по-видимому, не всегда возможно.

Рассматривая неопределенность в предположении, что она задана в виде массива значений (например, НЕ-фактор «неточность»), можно наложить условие целостности в следующем виде: объект (массив данных), на основании которого сформирована модель, неопределенности НМ, должен *быть восстановлен* путем использования логико-математических операций над компонентами. Обратимся снова к НМ: в паре $\tilde{x} = \{x_k/\mu^k\}$, $x_k \in X$, $k=1,2,\dots,K$; $\mu^k \rightarrow [0,1]$ действительное значение x_k с учетом его значимости равно $x_k \cdot \mu^k$. Следовательно, минимальное множество действительных значений, используемое при анализе неопределенности, на основании которого сформулировано данное утверждение, можно представить в виде $\{x_k \circ \mu^k\}$, где \circ – символ внешнего произведения, или $x_k \otimes (\mu^k)^T$, где \otimes – символ Кронекерова (тензорного) произведения (КП) [Minaev, 2014].

Если считать объект $\tilde{x} = \{x_k/\mu^k\}$, $k=1,2, \dots,K$; $\mu^k \rightarrow [0,1]$, назначенным на основе эвристик рациональным, то объекты $x_k \circ \mu^k$ или $x_k \otimes (\mu^k)^T$ в нотации ТНМ также могут считаться таковыми. Но эти объекты являются носителями скрытой информации, сознательное игнорирование их существования недопустимо.

Проведенный анализ современного состояния ТНМ позволил установить целесообразность исследования следующих проблем:

- выявление скрытых свойств (соответственно знаний) при представлении стандартного НМ $\tilde{x} = \{x_k / \mu_k^x\}$, $\mu_k^x \in [0,1]$, $x \in X$ в виде 2-D тензора при

помощи Кронекерова произведения (КП) $\mathfrak{X} = \left(x \otimes (\mu^x)^T \right)$ с последующей

сингулярной декомпозицией (процедура SVD): исследование разложения

$\mathfrak{X} \approx \sum_{i=1}^r \sigma_i (\mathbf{x}_i \otimes \pi \mu_i^x)$, где \mathbf{x}_i - вектор, компоненты которого принадлежат УМ;

$\pi \mu_i^x$ - вектор –аналог ФП, $(\forall j) \pi \mu_i^{x_j} \rightarrow [0, 1]$, но получен в результате формальных процедур; результатом работы является установление

факта, что нечеткое множество $\tilde{x} = \{x_k / \mu_k^x\}$ и подмножество

упорядоченных пар $\pi \tilde{x} = \left(\mathbf{x}_1 \pi \mu_1^x \right)$ являются ближайшими в смысле Ф-

нормы: $\left\| \tilde{x} - \pi \tilde{x} \right\|_F \rightarrow \min$, при этом $\pi \tilde{x}(:,2) = \pi \mu_1^x$ всегда для любого

$\tilde{x} = \{x_k / \mu_k^x\}$ имеет сигмоидоподобную форму (рис. 1);

- определение подмножества упорядоченных пар: ПМУП $\pi \tilde{x} = \left(\mathbf{x}_1 \pi \mu_1^x \right)$

может быть получено, если тензорная декомпозиция применяется к специальным матрицам, например, Тетлицы, Ханкеля или их комбинациям, моделирующим неопределенность, если они сформированы на основании вектора (интервала) УМ;

- возможности использования формально сконструированных ПМУП в качестве альтернативных НМ; с этой целью сформированное ПМУП $\pi \tilde{x}$ сравнивается с НМ \tilde{x} с эвристически назначенной ФП на основании критериев – близость Ф-норм и дефадзифицированных значений: т.е.

$\left\| \pi \tilde{x} \right\|_F \cong \left\| \tilde{x} \right\|_F$, $\text{def}(\pi \tilde{x}) \approx \text{def}(\tilde{x})$, где $\text{def}(\cdot)$ – процедура дефадзификации

НМ и оценивается адекватность реализации операций нечеткой

математики над стандартно сформированными НМ и их формально вычисленными аналогами.

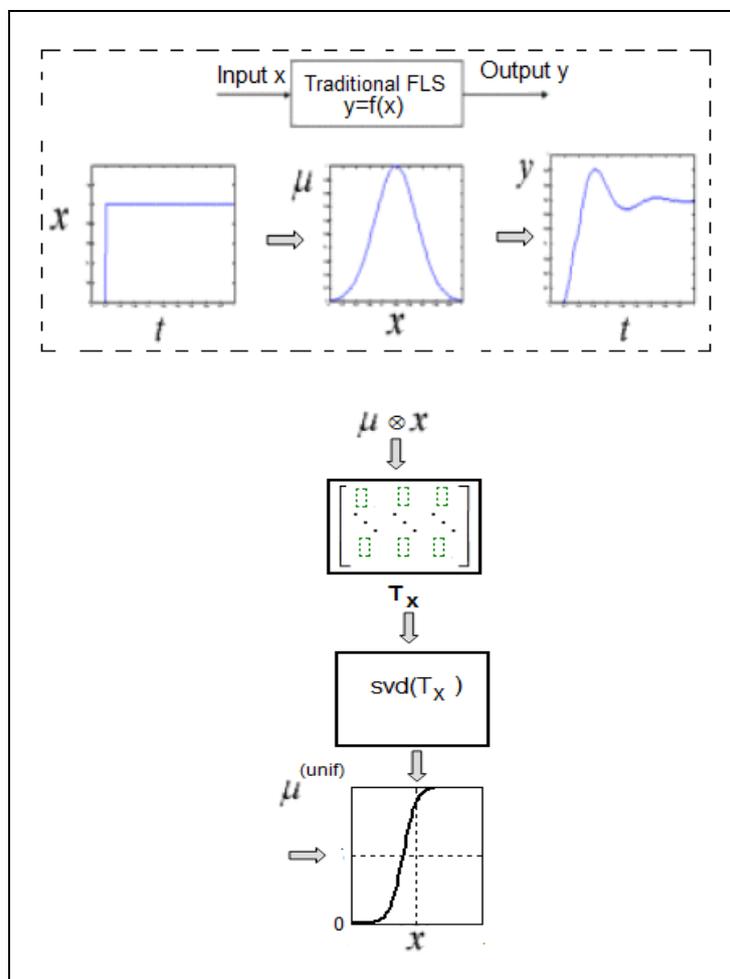


Рис.1. Формирование подмножества упорядоченных пар, ближайшего в смысле Φ -нормы к стандартному нечеткому множеству

Основные определения, математический аппарат тензорных декомпозиций

В работе сформулированы требования, которым должен удовлетворять математический аппарат принятия решений в условиях неопределенности на основе тензорных декомпозиций и обобщенный подход применения ПМУМ, который авторами в работе рассматривается в виде следующей схемы:

- неопределенность (многомерный массив) \rightarrow тензор \rightarrow {совокупность ПМУП} \rightarrow применение аппарата ТНМ к векторам – результату тензорной декомпозиции (rank-1 тензор);
- {совокупность ПМУП } должна асимптотически приближаться к исходному объекту – модели неопределенности.

Тензорные декомпозиции допускают различную интерпретацию. В данной работе рассмотрены наиболее актуальные декомпозиции, которые позволяют представить массив значений в виде совокупности векторов, что можно трактовать как ПМУП и применять аппарат ТНМ [Ghosh and Suryawanshi, 2014]. Цель тензорной декомпозиции - разложение на составные части или аппроксимация, когда точной декомпозиции тензора с точки зрения внешних произведений множества векторов не существует. Векторы в этих декомпозициях использованы как основание для нового представления исследуемого объекта. Обратим внимание, что здесь проблема точности не должна возникать, т.к. рассматривается объект в условиях неопределенности, кроме того, математический аппарат должен позволять значительно уменьшить вычислительные требования (особенно важно относительно объемов памяти).

Рассмотрим основной понятийный аппарат и основные определения ТНМ с учетом специфики рассматриваемых задач.

Нечеткое множество — это четкий универсум, на котором задана четкая характеристическая функция (ФП), принимающая значения на отрезке $[0, 1]$ (а не только на двухэлементном множестве $\{0, 1\}$, что имеет место в случае четкого множества). Универсум -это четкое множество, на котором определено нечеткое. В общем случае НМ - это объект, предназначенный для моделирования другого объекта, информация о котором есть неполной, неточной, неоднозначной, противоречивой, некорректной, и может быть представлена в виде массива (многомерного) или одномерного в большинстве реальных случаев. Отметим, что данное определение близко к определению тензора.

Важный вопрос определения универсума - его можно задать, только указав некоторое множество возможных значений объекта, например,

статистические, спектральные, фрактальные или другие характеристики объекта. В определении универсального множества для НМ не учтено то обстоятельство, что множество значений универсума может обладать скрытой информацией.

Функция принадлежности (ФП- характеристическая функция) нечеткого множества \tilde{A} - это четкая функция $\alpha = \mu_A(x)$, $U \rightarrow [0, 1]$, $x \rightarrow a$, отображающая каждый элемент четкого универсума U на четкое множество - отрезок $[0, 1]$, в соответствии с множеством \tilde{A} .

Множество принадлежностей ФП — это отрезок $[0, 1]$ (а не двухэлементное множество $\{0, 1\}$, как в случае четких множеств). Другими словами, НМ \tilde{A} — это подмножество упорядоченных пар $\langle U, \mu_A \rangle$ где U — универсум, μ_A — ФП, т. е. это подмножество декартового произведения универсума U и отрезка $[0, 1]$: $\tilde{A} \subset U \times [0, 1]$. Учитывая, что НМ - это четкая (как правило) ФП, то проще всего НМ \tilde{A} определить, указав его ФП μ_A и универсум U . При этом те элементы универсума, для которых ФП $\mu_A = 0$, данному НМ не принадлежат. Нечеткое множество присутствует только там, где его ФП $\mu_A > 0$. Значение ФП определяет эвристическую (основанную на экспертном мнении) степень нечеткости элемента НМ.

Фадзификация (введение нечеткости) — процесс построения НМ на основе исходного множества данных (измеренных или полученных каким либо др.способом в т.ч. и виртуально). Известно, что любая реальность принимается как совокупность отдельных объектов и отношений между ними. В простейшем случае объекты сформированы в виде массива, который можно представить в виде матрицы или «вытянув» эту матрицу по столбцам (процедура векторизации) в один ряд (вектор). Количественные характеристики общего признака, которым обладает ИМД, ложатся в основу формирования НМ, для этой цели часто используются статистические характеристики ИМД.

Если представить НМ в виде 2D тензора (матрицы) размерностью $n \times 2$, например,

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} a_1 & \mu_1^A \\ \vdots & \vdots \\ a_n & \mu_n^A \end{pmatrix} \text{ и } \tilde{B} = \begin{pmatrix} b_1 & \mu_1^B \\ \vdots & \vdots \\ b_n & \mu_n^B \end{pmatrix},$$

то арифметическую операцию $*_f \in \{+, -, \times, /, \}$, $\tilde{C} = \tilde{A} *_f \tilde{B}$ в нотации *MATLAB* представим в виде: $\tilde{C} = \tilde{A} *_f \tilde{B} = \left(\tilde{A}(:,1) *_f \tilde{B}(:,1), \min(\tilde{A}(:,2), \tilde{B}(:,2)) \right)$ на основании принцип нечеткого расширения.

Вводя понятие «тензор», следует учитывать, что оно имеет несколько определений: например, тензор – это объект, определяемый совокупностью коэффициентов $a_{ijk\dots m}$ полилинейной формы $\varphi = \varphi(x, y, z, \dots, w)$, записанной в некотором ортонормированном базисе [Аквис и Гольдберг, 2009]. В частности, совокупность коэффициентов a_{ij} билинейной формы $\varphi = \varphi(x, y)$, образующая матрицу $\mathbf{A} = [a_{ij}]$, представляет собой тензор. В данной работе авторами тензор рассматривается d -линейная форма или d -мерный массив $[a_{i_1 i_2 \dots i_d}]$, который имеет:

- размерность (порядок) $d =$ число индексов (измерений, мод, осей, направлений, путей);
- размер $n_1 \times \dots \times n_d$ (число отсчетов по каждой оси).

Используемые d -тензоры можно записывать с помощью скелетных разложений обычных матриц. Весьма важным является то обстоятельство, что при сохранении общего количества элементов тензора эффективность его представления можно существенно повысить за счет увеличения числа измерений и уменьшения числа отсчетов по каждому измерению. “Экстремальный” случай – превращение вектора (интервала) размера $N = 2^d$ в d -тензор размеров $2 \times 2 \times \dots \times 2$.

Известно [Оседець, 2015], что при наличии некоторого функционала, неизвестный объект (или объект в условиях неопределенности) может быть проиндексирован f -индексами, причем f -индекс может быть введен либо естественным, либо искусственным образом. Это позволяет вектор длины 2^f преобразовывать в тензор $\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2}_f$, у которого будут малые

ранги, даже если вектор состоит из значений одномерной функции, в частности, быть интервалом с подинтервалами. Одним из преимуществ концепции тензоров есть то, что их можно вводить искусственно, вводя виртуальные размерности в ИМД, получать в общем случае малоранговые разложения.

Классик тензорного анализа Г.Крон определяет тензор как объект, компонентами которого «... могут быть числа, функции, операторы и т.д. Единственным критерием тензора является его линейная форма преобразования относительно данной группы преобразований. ... Тензорный характер не зависит от природы его компонент или от данной ему физической или геометрической интерпретации» [Крон, 1978]. Тензор - многомерный массив, где порядок тензора обозначает размерность массива. Например, скаляр - просто порядка-0 тензор, вектор порядка -1, матрица порядка -2, и любой тензор, порядок которого равен 3 или больше, представлен как тензор высшего порядка. В данной работе внимание сосредоточено на тензоре порядка ≤ 3 . Декомпозиция тензоров 3-го порядка связана с т.н. *модальными* операциями и рассматривается авторами в другой работе, в данном случае статье основное внимание сосредоточено на стандартном SVD.

Рассмотрим сингулярную декомпозицию 2D-тензоров (матриц) с учетом характеристик, важных для прикладных исследований, используя работу [Van Loan, 2014].

Постановка задачи SVD: пусть задана матрица $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ и число $k = \min(m, n)$. Тогда существуют ортонормальные матрицы $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_k] \in \mathbf{R}^{n \times k}$, $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_k] \in \mathbf{R}^{m \times k}$ такие, что $\mathbf{X} = \mathbf{U} \Sigma \mathbf{V}^T$, где $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k)$, $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_k$.

Выберем $r \leq k$ и разделение

$$\mathbf{X} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2] \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & \Sigma_2 \end{bmatrix} [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2]^T = \underbrace{\mathbf{u}_1}_{\mathbf{R}} \underbrace{\Sigma_1}_{\mathbf{S}^T} \mathbf{v}_1^T + \mathbf{u}_2 \Sigma_2 \mathbf{v}_2^T.$$

С учетом введенных обозначений имеем: $\|X - RS^T\|_F = \|\Sigma_2\|_F = \sigma_{r+1}$. Низкоранговые аппроксимации эффективны, если сингулярные величины убывают (разрушаются) достаточно быстро.

$$\text{Span}(\mathbf{X}) \approx \text{Span}(\mathbf{R}), \text{Span}(\mathbf{X}^T) \approx \text{Span}(\mathbf{S}^T) \quad (\text{span} - \text{диапазон})$$

Ф-норма матрицы \mathbf{X} :

$$\|\mathbf{X}\|_F = \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |x_{ij}|^2 \right)^{1/2} = \left(\text{trace}(\mathbf{X} \cdot \mathbf{X}^T) \right)^{1/2} = \left(\sum_{i=1}^{\min(m,n)} \sigma_i^2(\mathbf{X}) \right)^{1/2}, \text{ где } \text{trace}(\mathbf{X}) - \text{след}$$

матрицы \mathbf{X} , $\sigma_i^2(\mathbf{X})$ - сингулярные величины SVD-разложения матрицы \mathbf{X} .

Приведем основные факты, касающиеся SVD, необходимые для понимания излагаемого материала, а также ряд определений (основная их часть изложена в [Charles F. Van Loan - 2014]:

- колонки $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n]$ и $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_n]$ - это правый и левый сингулярный векторы, связанные соотношениями: $\mathbf{A}\mathbf{v}_j = \sigma_j \mathbf{u}_j, \mathbf{A}^T \mathbf{u}_j = \sigma_j \mathbf{v}_j, j = 1, n$;

- SVD матрицы \mathbf{A} связано с собственными значениями декомпозициями $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ и $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$ соотношениями:

$$\mathbf{V}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{A}) \mathbf{V} = \text{diag}(\sigma_1^2, \dots, \sigma_n^2), \mathbf{U}^T (\mathbf{A}\mathbf{A}^T) \mathbf{U} = \text{diag}(\sigma_1^2, \dots, \sigma_n^2, \underbrace{0, \dots, 0}_{m-n});$$

- матрица $\sigma_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{v}_1^T$ есть ближайшая к \mathbf{A} rank-1 матрица, т.е. решение проблемы $\sigma_{min} = \min_{\text{rank}(\mathbf{B})=1} \|\mathbf{A} - \mathbf{B}\|_F$.

- сумма квадратов элементов любого столбца матрицы \mathbf{V} равна 1 (например, таблица 1).

Таблица 1. Пример сингулярной декомпозиции

X =	[U S V]=svd(X)		
	U(:,1) =	diag(S) =	V(:,1)=
3.52 0.99 2.29 4.68 2.76	-0.44	15.47	-0.57
0.88 2.84 0.79 2.57 5.24	-0.34	4.94	-0.19
5.70 2.08 0.86 1.03 0.91	-0.32	3.55	-0.32
4.45 1.79 2.29 2.20 2.65	-0.40	1.24	-0.52
5.24 0.24 3.82 5.87 5.52	-0.66	0.65	-0.52

$$v(:,1)' = [-0.57 \quad -0.19 \quad -0.32 \quad -0.52 \quad -0.52], \quad \text{sum}(v(:,1).^2) = 1.00;$$

$$\text{sum}(v(:,2).^2) = 1.00;$$

..

$$\text{sum}(v(:,5).^2) = 1.00;$$

Утверждение. Пусть задано ПМУП $\mathbf{P} = [\mathbf{x}^T \quad \mathbf{y}^T]$, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{y} \rightarrow [0,1]$, $\mathbf{y} \in \mathbf{y}$ (или любое НМ, с ФП, сформированной эвристически); сформируем 2D-матрицу $\mathbf{T}_{xy} = [\mathbf{x} \otimes \mathbf{y}^T]$, где \otimes – символ Кронекерова произведения, и выполним сингулярную декомпозицию $\mathbf{T}_{xy} \rightarrow [\mathbf{u} \quad \mathbf{s} \quad \mathbf{v}] = \text{svd}(\mathbf{T}_{xy})$. Объект, вычисленный в виде

$$\text{Tab_pur_tx} = \text{sort}([\text{abs}(u(:,1)) * \mathbf{s}(1,1)] * \max(\text{abs}(v(:,1))), \text{abs}(v(:,1)) / \max(\text{abs}(v(:,1)))],$$

представляет собой подмножество упорядоченных пар (группоид**) и обладает следующим свойством: ПМУП \mathbf{P} и Tab_pur_tx близки по Ф-

** Напомним, что группоид – это упорядоченная пара, состоящая из множества E и внутреннего закона композиции $*$, определенного на этом множестве всюду, обозначаемая как $(E, *)$

2.Выполним сингулярную декомпозицию tx , рассмотрев 2 случая:

$$\text{а) } [u \ s \ v]=\text{svd}(tx') \text{ и б) } [u \ s \ v]=\text{svd}(tx),$$

здесь ' - символ транспонирования матрицы.

3.Сформируем объект - ПМУП Tab_rup_tx

$$\text{Tab_rup_tx}=\text{sort}([\text{abs}(u(:,1))*s(1,1))*\text{max}(\text{abs}(v(:,1))),\text{abs}(v(:,1))/\text{max}(\text{abs}(v(:,1)))]);$$

4.Вычислим Ф-норму объекта Tab_rup_tx - $n_{\text{pmup}}=\text{norm}(\text{Tab_rup_tx},\text{'fro'})=18.99$.

5.Вычислим дефадзифицированные значение ПМУП из п.3

$$s_{\text{rup_tx}}=[\text{sum}(\text{Tab_rup_tx}(:,1).* \text{Tab_rup_tx}(:,2))/\text{sum}(\text{Tab_rup_tx}(:,2))] * k_{\text{tr}}=6.02,$$

где k_{tr} –нормировочный коэффициент, $k_{\text{tr}}=1/[1.21+1.23]$

Вычисленные величины сведены в табл.2

Таблица 2. Ф-нормы и дефадзифицированные значения

Ф-нормы			Дефадзифицированные значения		
НМ	Tab_rup_tx		НМ	Tab_rup_tx	
18.99	а	б	6.00	а	б
	18.99	15.07		6.02	4.94

Анализ полученных результатов показывает, что нечетко-множественная интерпретация сингулярной декомпозиции 2-D тензора корректна. Ф-норма ПМУП, НМ_{trimf} и дефадзифицированные значения практически совпадают, т.е. объекты НМ со стандартной ФП и ПМУП – разложение тензорного произведения компонент НМ, близки. Транспонирование матрицы, не является расчетным, т.к. ПМУП и НМ_{trimf} не являются близкими в смысле Ф-нормы, дефадзифицированные значения различны. На рис. 2

представлено стандартное НМ с треугольной ФП, ближайшее (в смысле Ф-нормы ПМУП) и возможная аппроксимация ПМУП сигмоидной кривой.

Обратим внимание, что ПМУП представлено в виде аналогичном НМ, операции нечеткой математики и логики могут выполняться аналогично соответствующим операциям над НМ с сопоставимым результатом. Важным преимуществом ПМУП является его унифицированный вид.

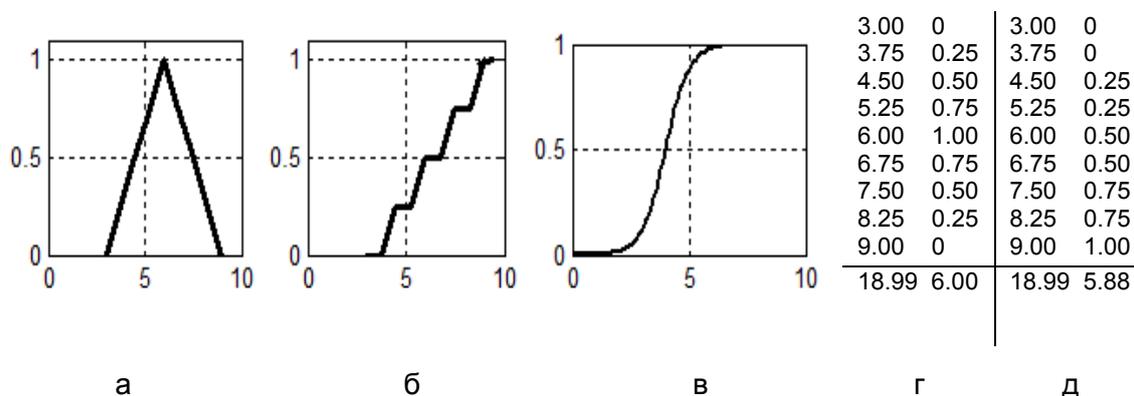


Рис. 2. а, г – НМ_{trimf} (примерно б); б,д – ближайшее (в смысле Ф-нормы) ПМУП, вычисленное в результате сингулярной декомпозиции Кронекерова (тензорного) произведения компонент НМ_{trimf} , в – возможная (сигмоидная) аппроксимация ПМУП (в колонке “д” приведено нормированное дефадзифицированное значение)

Рассмотрим возможность прикладного использования представленных результатов исследования. Один из важных результатов - унифицированное множество в тензорном формате содержит скрытую информацию, которая может быть использована при принятии решения не менее эффективно, чем эвристически назначенная ФП. Кроме того, наличие формально вычисленного ПМУП может служить убедительным сравнительным примером. Теплицевы матрицы (ТМ) впервые были применены в приложениях, связанных с обработкой сигналов и изображений [Nagy, 1998] как способ моделирования феномена нечеткости

в виде суммы Кронекер-произведений с применением стандартных процедур SVD. Линейная дискретная модель сохранения изображения – это вектор-матричное уравнение: $\mathbf{g} = \mathbf{H}\mathbf{f} + \eta$, где \mathbf{g} – наблюдаемое изображение, \mathbf{f} – идеальное изображение, η – аддитивный шум, \mathbf{H} – матрица, представляющая феномен *смазывания* (*нечеткости* изображения). В качестве матрицы \mathbf{H} используют специальные (Теплицевы, Ганкелевы или др.) [Gray, 2006] матрицы. Если УМ имеет вид $x = [1 \ 2 \ 3 \ 4]$, то Т-матрица, построенная на векторе x , в нотации MATLAB представлена следующим образом:

$$\text{toeplitz}(x) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix},$$

если предположить, что 3-й элемент УМ является предпочтительным, то Т-матрица приобретает вид

$$\text{toeplitz}(x(x_3)) = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим пример вычисления альтернативного ПМУП для НМ $xu = [x' \ y']$, где $x = [3:3/4:9]$; $y = \text{trimf}(x, [3 \ 6 \ 9])$, НМ моделирует нечеткое высказывание *〈примерно 6〉*, предполагая, что ФП не может быть назначена. Вектор УМ задается следующим образом:

$$x = (0:9/8:9)' = [3.00 \ 3.75 \ 4.50 \ 5.25 \ \underbrace{6.00}_{x(5)} \ 6.75 \ 7.50 \ 8.25 \ 9.00]$$

Выполним размывание вектора УМ. Из его представления *〈примерно 6〉* соответствует 5-му элементу УМ. Таким образом, Т-матрица с выбором

главной диагонали должна иметь на главной диагонали величину $\underbrace{6.00}_{x(5)}$. Т-

матрицы представлены ниже.

Результаты вычисления Т-матрицы

tx=

6.00	5.25	4.50	3.75	3.00	0	0	0	0
6.75	6.00	5.25	4.50	3.75	3.00	0	0	0
7.50	6.75	6.00	5.25	4.50	3.75	3.00	0	0
8.25	7.50	6.75	6.00	5.25	4.50	3.75	3.00	0
9.00	8.25	7.50	6.75	6.00	5.25	4.50	3.75	3.00
0	9.00	8.25	7.50	6.75	6.00	5.25	4.50	3.75
0	0	9.00	8.25	7.50	6.75	6.00	5.25	4.50
0	0	0	9.00	8.25	7.50	6.75	6.00	5.25
0	0	0	0	9.00	8.25	7.50	6.75	6.00

tx1=

6.00	6.75	7.50	8.25	9.00	0	0	0	0
5.25	6.00	6.75	7.50	8.25	9.00	0	0	0
4.50	5.25	6.00	6.75	7.50	8.25	9.00	0	0
3.75	4.50	5.25	6.00	6.75	7.50	8.25	9.00	0
3.00	3.75	4.50	5.25	6.00	6.75	7.50	8.25	9.00
0	3.00	3.75	4.50	5.25	6.00	6.75	7.50	8.25
0	0	3.00	3.75	4.50	5.25	6.00	6.75	7.50
0	0	0	3.00	3.75	4.50	5.25	6.00	6.75
0	0	0	0	3.00	3.75	4.50	5.25	6.00

Сингулярная декомпозиция позволяет вычислить ПМУП путем реализации алгоритма. Фрагмент реализации алгоритма вычисления ПМУП на основе сингулярной декомпозиции представлен в нотации MATLAB:

```
x=[3:3/4:9]';
disp('*****Теплиц-матриця - створення розмитого середовища 1*****')
    [u s v]=svd(tx);
disp('Сингулярна декомпозиція tx ')
% [u s v];
disp('П/множина впорядкованих пар розмитої універсальної множини ')
fs=sort([abs(u(:,1))*s(1,1))*max(abs(v(:,1))), abs(v(:,1))/max(abs(v(:,1)))])
disp('НОРМА та Дефадзифіковане значення ПмВП ')
[ norm(fs,'fro') sum(fs(:,1).*fs(:,2))/sum(fs(:,2))]
subplot(121)
h=plot(fs(:,1),fs(:,2),'k')
set(h,'LineWidth',2)
grid on
title('Artificial fuzziness of US')
axis([0 10 0 1.2])
```

```
disp('*****Теплиц-матриця - створення розмитого середовища 2*****')
    [u s v]=svd(tx1);
disp('Сингулярна декомпозиція tx ')
% [u s v];
disp('П/множина впорядкованих пар розмитої універсальної множини ')
fs=sort([abs(u(:,1))*s(1,1))*max(abs(v(:,1))), abs(v(:,1))/max(abs(v(:,1)))])
disp('НОРМА та Дефадзифіковане значення ПмВП ')
[ norm(fs,'fro') sum(fs(:,1).*fs(:,2))/sum(fs(:,2))]
subplot(122)
h=plot(fs(:,1),fs(:,2),'k')
set(h,'LineWidth',2)
grid on
title('Artificial fuzziness of US')
axis([0 10 0 1.2])
```

Результаты вычислений приведены на рис.3

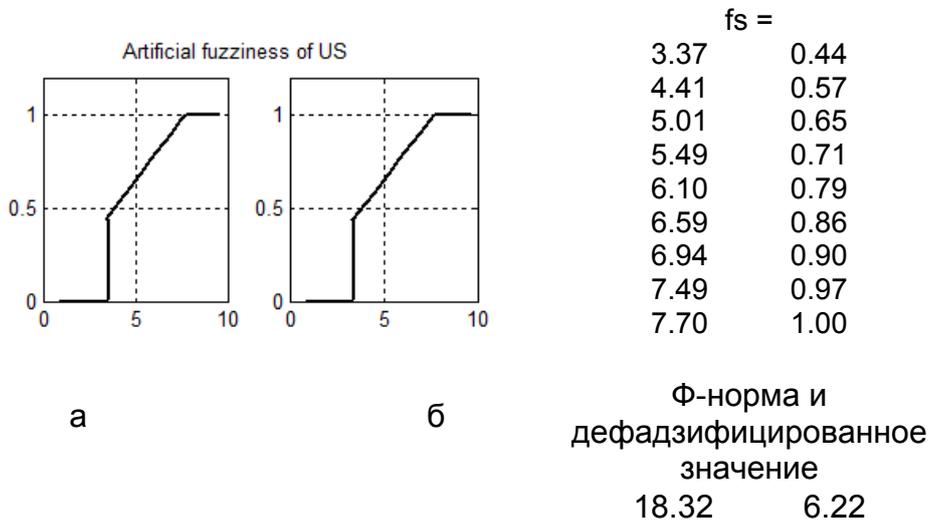


Рис. 3. ПМУП, вычисленные на основе сингулярной декомпозиции размытого УМ в виде Т-матриц (tx и tx1 - а и б соответственно)

Анализ полученных числовых характеристик НМ со стандартной ФП, сформулированной эвристически, практически совпадает с ПМУП, которое является ближайшим к нему в смысле Ф-нормы.

Рассмотрим арифметические операции над ПМУП, вычисленными в результате сингулярной декомпозиции Теплицевых матриц, сформированных путем размывания УМ - имитация (моделирование) состояния, когда назначение эвристических ФП ограничено или невозможно.

Пусть НМ $\tilde{a} \triangleq \{a/\mu^a\}, \mu^a \rightarrow [0,1], a \in A; \tilde{b} \triangleq \{b/\mu^b\}, \mu^b \rightarrow [0,1], b \in B$ представлены в виде матриц

$$\mathbf{T}^a = \begin{pmatrix} a_1 & \mu^{a_1} \\ \vdots & \vdots \\ a_n & \mu^{a_n} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}^b = \begin{pmatrix} b_1 & \mu^{b_1} \\ \vdots & \vdots \\ b_n & \mu^{b_n} \end{pmatrix},$$

размерностью $n \times 2$, где n – количество строк (α - уровней). Результат операции $\tilde{c} = \tilde{a} *_f \tilde{b}$, где $*_f \in \{+, -, *, /\}$, в соответствии с принципом нечеткого расширения вычисляется как:

$$\tilde{c} \Rightarrow \mathbf{T}^c = \left(\mathbf{T}^a(:,1) *_f \mathbf{T}^b(:,1), \min(\mathbf{T}^a(:,2), \mathbf{T}^b(:,2)) \right).$$

Сравним результатов арифметической операции для НМ ($\tilde{y}_2 = \tilde{s}_{trapmf}$) + ($\tilde{y}_3 = \tilde{s}_{trimf}$) и ПМУП_{у2}+ ПМУП_{у3}, вычисленных на основании SVD–декомпозиций Теплицевых матриц, сформированных на $\mathbf{T}^a(:,1)$ и $\mathbf{T}^b(:,1)$ с выбором в качестве главной диагонали элементов, соответствующих $\langle \text{примерно } \tilde{s}_{trapmf} \rangle$ и $\langle \text{примерно } \tilde{s}_{trimf} \rangle$. Высказывания $\langle \text{примерно } \tilde{s}_{trapmf} \rangle$ и $\langle \text{примерно } \tilde{s}_{trimf} \rangle$, их сумма представлены в виде НМ в табл.3

Таблица. 3. Представление высказываний

$\tilde{y}_2 = \tilde{s}_{trapmf}$	$\tilde{y}_3 = \tilde{s}_{trimf}$	$\tilde{y}_2 + \tilde{y}_3$
$\begin{pmatrix} 3.00 & 0 \\ 4.25 & 1.00 \\ 5.50 & 1.00 \\ 6.75 & 0.63 \\ 8.00 & 0 \end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix} 2.00 & 0 \\ 3.50 & 0.50 \\ 5.00 & 1.00 \\ 6.50 & 0.50 \\ 8.00 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5.00 & 0 \\ 7.75 & 0.50 \\ 10.50 & 0.83 \\ 13.25 & 0.42 \\ 16.00 & 0 \end{pmatrix}$
Ф-нормы и дефадзифицированные значения		
12.99 5.18	12.21 5.00	25.06 10.37

Соответствующие Теплицевы матрицы сформированы по правилу – элементом главной диагонали является элемент x_3 УМ, $x_3 \in X = \{x_i\}$, $i=1,5$;

$$\begin{pmatrix} x_3 & x_2 & x_1 & 0 & 0 \\ x_4 & x_3 & x_2 & x_1 & 0 \\ x_5 & x_4 & x_3 & x_2 & x_1 \\ 0 & x_5 & x_4 & x_3 & x_2 \\ 0 & 0 & x_5 & x_4 & x_3 \end{pmatrix},$$

в соответствии с которым Т-матрицы для УМ НМ \tilde{s}_{trapmf} - $x=[3:5/4:8]$ и \tilde{s}_{trimf} - $x=[2:6/4:8]$, обозначенные как tx1 и tx2, приобретают соответственно вид:

Таблица 4. Т-матрицы для УМ НМ

tx1 =					tx2 =				
5.50	4.25	3.00	0	0	5.00	3.50	2.00	0	0
6.75	5.50	4.25	3.00	0	6.50	5.00	3.50	2.00	0
8.00	6.75	5.50	4.25	3.00	8.00	6.50	5.00	3.50	2.00
0	8.00	6.75	5.50	4.25	0	8.00	6.50	5.00	3.50
0	0	8.00	6.75	5.50	0	0	8.00	6.50	5.00

Фрагмент кода вычисления ПмУП на основании процедуры сингулярной декомпозиции:

```
[u s v]=svd(tx1 или tx2);
disp('Сингулярна декомпозиція НМ №1 ')
% [u s v];
disp('П/множина впорядкованих пар ')
Tab_pup_x=sort([abs(u(:,1))*s(1,1))*max(abs(v(:,1))),
abs(v(:,1))/max(abs(v(:,1)))]);
disp('НОРМА та Дефадзифіковане значення ПмВП ')
```

```
[norm(Tab_pup_x,'fro')
sum(Tab_pup_x(:,1).*Tab_pup_x(:,2))/sum(Tab_pup_x(:,2))]
Tab_pup_x_1=Tab_pup_x
```

Альтернативные подмножества упорядоченных пар соответственно обозначены как Tab_pup_x_1 (tx1) и Tab_pup_x_2 (tx2), их сумма - rez, результаты вычисления приведены в таблице 5.

Таблица 5. Альтернативные подмножества упорядоченных пар УМ

Tab_pup_x_1 (tx1)=		Tab_pup_x_1 (tx2) =		rez=	
3.44	0.49	2.87	0.44	6.32	0.44
4.99	0.71	4.62	0.71	9.61	0.71
5.20	0.74	4.76	0.73	9.95	0.73
6.45	0.92	6.14	0.94	12.59	0.92
7.00	1.00	6.53	1.00	13.53	1.00
Ф-нормы и дефадзифицированные значения					
12.55	5.70	11.65	5.32	24.00	11.05

Сравнивая соответствующие таблицы для НМ и ПМУП, можно констатировать, что эквивалентность приведенных операций очевидна. Аналогичные результаты были получены при реализации всех арифметических операций, объем статьи не позволяет привести их полностью. Визуализация полученных результатов приведена на рис.4, рис.5.

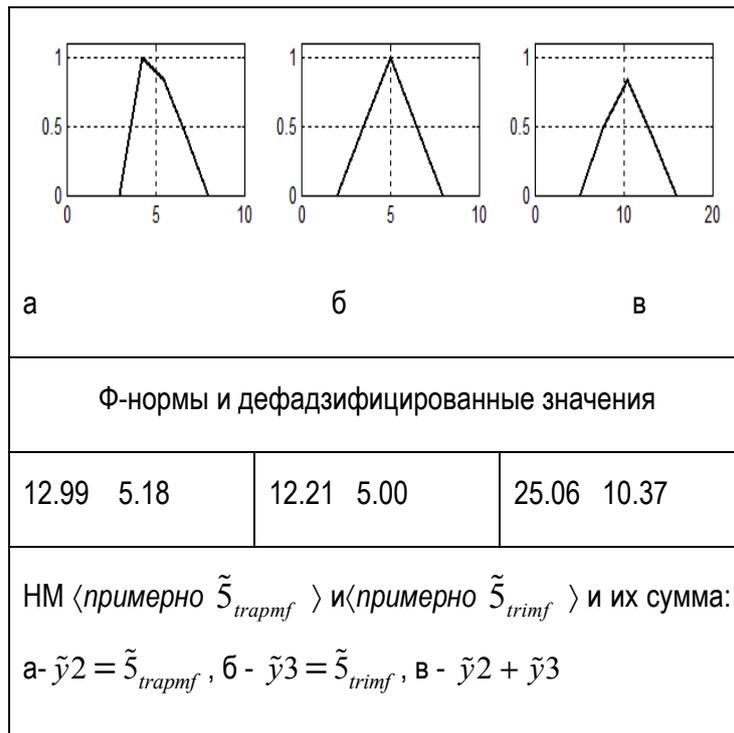


Рис. 4 Ф-нормы и дефадзифицированные значения

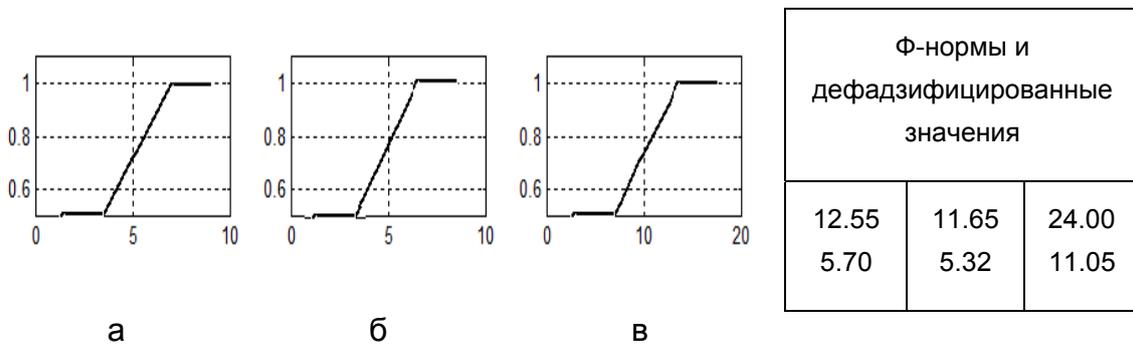


Рис. 5. Вычисление ПМУП. а, б - ПМУП, вычисленные на основании размывания интервалов УМ НМ \langle примерно $\tilde{5}_{trapmf}$ \rangle и \langle примерно $\tilde{5}_{trimf}$ \rangle и их

сумма: а- $\tilde{y}_2 = \tilde{5}_{trapmf}$, б- $\tilde{y}_3 = \tilde{5}_{trimf}$, в- $\tilde{y}_2 + \tilde{y}_3$

Обратим внимание на то, что результаты, связанные с ПМУП, были получены только на основании информации сингулярных декомпозиций размытых (при помощи Теплицевой матрицы) значений УМ, без использования собственно ФП.

Таким образом, существует возможность параллельного назначения ПМУП, в значительной мере свободного от недостатков, присущих ФП, т.к. процедура формирования ПМУП, во-первых, в значительной степени формализована, во-вторых, позволяет выявить скрытые знания, содержащиеся в ИМД, на основе тензорных декомпозиций. Параллельное использование НМ, сформированного эвристически, и ПМУП, сформированного практически формальными методами, позволяет существенно повысить эффективность решения задач в условиях неопределенности.

Объем статьи не позволил привести результаты моделирования интервальной неопределенности (в данном случае универсального множества, на котором формируется НМ) при помощи *блочных* Теплицевых и Ганкелевых матриц, Теплицево+Ганкелевых и др. Во всех случаях имеет место подтверждение концепции, что в условиях невозможности задания по тем или иным причинам ФП моделирование феномена размытия интервала значений (УМ) при помощи специальных матриц может служить эффективным инструментом решения разнообразных задач в условиях неопределенности. Процедура принятия решения, принятая в настоящее время в теории НМ, может быть эффективно дополнена методологией Д.Канемана и А.Тверски, основанной на использовании аномалий рационального поведения [[Канеман, Тверски, 2003]], где обязательно предусматривается возможность сравнения.

Выводы

1. Предложена концепция альтернативных аналогов нечетких множеств - унифицированное подмножество упорядоченных пар, формируемое на основе сингулярной декомпозиции специальной матрицы (Теплица, Ханкеля), моделирующей процедуры размывания интервала

универсального множества. Предложенное подмножество упорядоченных пар обладает следующими преимуществами:

- использование УП в условиях ограничений (или исключения) экспертного назначения функции принадлежности;
- возможность сравнительной оценки с результатами, полученными стандартными методами ТНМ;
- объективность формирования подмножества упорядоченных пар позволяет повысить эффективность принимаемых решений.

2. Альтернативные подмножеств упорядоченных пар сформированы единообразно, полученные Ф-нормы и дефадзифицированные значения, на основании которых сравниваются нечеткие множества и альтернативные подмножества упорядоченных пар (в случаях применения трапециевидных, треугольных или Гауссовых функций принадлежности), достаточно близки или практически совпадают.

3. Практическая реализация предложенного подхода позволяет решать важные прикладные задачи. Числовые оценки в условиях неопределенности весьма сомнительны, однако проведенные многочисленные вычислительные эксперименты, результаты которых частично приведены в статье, показали высокую эффективность применения подмножеств упорядоченных пар в аналитике трафика компьютерных сетей, в частности, идентификации аномалий трафика.

4. Подмножество упорядоченных пар, формируемое на основе тензорных декомпозиций, открывает новые возможности в аналитике Больших Данных, повышении эффективности использования НМ-2 типа и мультинечетких множеств.

Благодарности

Статья частично финансирована из проекта ITHEA XXI Института Информационных теорий и Приложений FOI ITHEA и консорциума FOI Bulgaria (www.ithea.org)

Литература

- [Albrecht, 2007] Albrecht K. Practical Intelligence: The Art and Science of Common Sense, p. 41, (2007)
- [Atanassov,1986] Atanassov, K., Intuitionistic fuzzy sets, Fuzzy Sets and Systems, 20:87–96, 1986.
- [Atanassov,1989] Atanassov, K., More on intuitionistic fuzzy sets, Fuzzy Sets and Systems, 33:37–46, 1989.
- [Dug Hun Hong, 2001] Dug Hun Hong. On Solving Fuzzy Equation. Korean J. Comput. & Appl. Math. Vol. 8(2001), No. 1, pp. 213 – 223
- [Ghosh and Suryawanshi, 2014] Ghosh D. and Suryawanshi A. Approximation of Spatio-Tem-poral Random Processes Using Tensor Decomposition. Commun. Comput. Phys. Vol. 16, No. 1, pp. 75-95. July 2014.
- [Gray, 2006] R. M. Gray. Toeplitz and Circulant Matrices: A review. Department of Electrical Engineering Stanford University Stanford 94305, USA.-2006.- 94 p
- [Kahneman and Tversky, 1979] Kahneman D., Tversky A. Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk // Econometrica. 1979. Vol. 47, No 2. P. 263-292.
- [Kahneman and Tversky, 1992] Tversky A., Kahneman D. Advances in Prospect Theory: Cumulative Representation of Uncertainty // Journal of Risk and Uncertainty. 1992. Vol. 5, No 4. P. 297-323
- [Merriam-Webster, 2008] Интернет-ресурс: <http://www.Merriam-Webster.com/dictionary/com-mon+sense>
- [Minaev 2014] Yu.N. Minaev, O.Yu. Filimonova, J.I. Minaeva. KRONECKER (TENSOR) MODELS OF FUZZY-SET GRANULES. Cybernetics And Systems Analysis. International Theoretical Science Journal. Volume 50, № 4, 2014

- [Nagy,1998] Nagy J.G. Decompositions of block Toeplitz matrices into a sum of Kronecker products with applications in image restoration. / Linear Algebra and its applications 284 (1998) 177-192.
- [Piegat and Plucinski , 2015] A. Piegat and M Plucinski. Fuzzy Number Addition with the Application of Horizontal Membership Functions (Research Article). Hindawi Publishing Corporation. Scientific World Journal, Volume 2015, Article ID 367214.-16 p.[http://dx. doi.org/ 10.1155/2015/367214](http://dx.doi.org/10.1155/2015/367214).
- [Zhang and Ding, 2013] H. Zhang, F. Ding. Research Article.On the Kronecker Products and Their Applications. Hindawi Publishing Corporation. Journal of Applied Mathematics.Vol. 2013, - 8 p.
- [Zimmermann ,2001] Zimmermann H.-J. Fuzzy set theory and its applications. -4th ed. – Kluwer Acad. Pub. 2001. – 525 pp.
- [Van Loan, 2005] Approximations Block Matrix Computations and the Singular Value Decomposition. A Tale of Two Ideas. Charles F. Van Loan. Department of Computer Science. Cornell University Supported in part by the NSF contract CCR-9901988. Интернет-ресурс: web.mit.edu/ehliu/Public/ProjectX/Summer2005/block%20matrix%20algorithms.pdf
- [Wierman,1998] M.J.Wierman. An Introduction to the Mathematics of Uncertainty including Set Theory, Logic, Probability, Fuzzy Sets, Rough Sets, and Evidence Theory. -2010. – 339 p. Интернет-ресурс: fuzzy.Creighton.edu/download/MOU.pdf. - 19. 04. 2019.
- [Акивис и Гольдберг , 1972] Акивис М.А., Гольдберг В.В. Тензорное исчисление. М.: Изд-во «Наука», Главн. ред. физ.-мат. лит-ры, 1972. - 352 с.
- [Андрианов, 2009] Андрианов И.В., Баранцев Р.Г., Маневич Л.И. Асимптотическая математика и синергетика: Путь к целостной простоте. М.: ЛИБРОКОМ, 2009.- 304 с.
- [Воробьев ,2014] Воробьев О.Ю. Эвентология – очеловеченная математика. Ин-т вычислит.моделир.СО РАН/Краснояр. гос. ун-та . Интернет-ресурс: [http://eventology-theory. ru/000. htm #text0](http://eventology-theory.ru/000.htm#text0)

- [Канеман.,Тверски, 2003] Канеман Д.,Тверски А. Рациональный выбор, ценности и фреймы // Психологический журнал. – 2003. – Т. 24. - № 4. - С. 31-42
- [Кофман ,1982] Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств: Пер. с франц.-М.:Ра-дио и связь, 1982.- 432 с.
- [Крон,1978] Крон Г. Тензорный анализ сетей. Пер.с англ./Под. Ред.Л.Т.Кузина, П.Г.Кузне-цова.- М.: Сов.Радио, 1978. - 720 с
- [Круглый стол, 2001] Нужны ли функции принадлежности в будущей теории нечетких мно-жеств? Участники: А.Н.Аверкин, А.Ф.Блишун, Д.А.Поспелов, В.Б.Тарасов. НОВОСТИ ИИ. – 2001. – №2-3.
- [Минаев, 2013] Ю.Н. Минаев, О.Ю. Филимонова, Ю.И. Минаева. Тензорные модели НМ-гранул и их применение для решения задач нечеткой арифметики. // Искусственный интеллект. —2013. — № 2. — С. 22–31.
- [Нариньяни, 2008] Нариньяни А.С. История вычислительной техники за рубежом. Инженерия знаний и НЕ-факторы: краткий обзор. Интернет-ресурс: [www.computer-museum.ru/ frgnhist/ ne-faktor.htm](http://www.computer-museum.ru/frgnhist/ne-faktor.htm)
- [Нариньяни,2008] Нариньяни А.С. Инженерия знаний и НЕ-факторы: краткий обзор. Интернет-ресурс: [www.computer-museum.ru/ frgn-hist/ne-faktor.htm](http://www.computer-museum.ru/frgn-hist/ne-faktor.htm)4 лип. 2008 г.
- [Нариньяни, 2010] Нариньяни А.С. Математика XXI – радикальная смена парадигмы. Модель, а не Алгоритм.- Сайт «Вопросы философии». Интернет-ресурс: [http://vphil.ru/ index.php? option =com_content&task= =view&id=255&Itemid=52](http://vphil.ru/index.php?option=com_content&task=view&id=255&Itemid=52)
- [Оселедец, 2009] Оселедец И.В. Вычислительные тензорные методы и их применения. Автореф. диссерт. на соиск.уч. степ. д-ра физ.-мат.наук по спец. 01.01.07 - Вычисл. матем. -М.: Ин-т вычисл.матем. РАН.- 25 с.
- [Павлов, 2007] Павлов И. А. Поведенческая экономическая теория - позитивный подход к исследованию человеческого поведения (научный доклад). - М., ИЭ РАН, 2007. - 62 с

[Пойа,1975] Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. Пер. с англ. - 2-е изд. испр. — М.: Глав. ред. физ-мат. лит., 1975. – 464 с. Книга в 2-х томах.Т. 1-Индукция и аналогия в математике.Т. 2-Схемы правдоподобных умозаключений

[Родионова, 2006] Родионова О.Е. Хемометрический подход к исследованию больших массивов хим. данных. Рос. хим. ж., 2006, т. L, №2. - с.128-145

[Тарасов, 2006] Тарасов В.Б.Теория нечетких множеств: новый виток развития. Интел-лектуальные системы и технологии. Научная сессия МИФИ-2006. Том 3. В кн.: Научная сессия МИФИ-2006. Сборник научных трудов. В 16 томах. Т.3. М.: МИФИ, ... [tekhn-sfera.com/ modeli-metody-i-programmnye-sredstva-v](http://tekhn-sfera.com/modeli-metody-i-programmnye-sredstva-v).

[Турксен,2001] Турксен И.Б. О вкладе Лотфи Заде с современную науку и научное мировоззрение. Пер с англ. В.Б.Тарасова. Новости Искусственного Интеллекта, №2-3, 2001, с. 12-15.

[Хайтун,2013] Хайтун С.Д. Трактровка энтропии как меры беспорядка и ее воздействие на современную научную картину мира. Сайт «Вопросы философии». Интернет-ресурс: http://vphil.ru/index.php?option=com_content&task=view&id=709.

[Ягер,1986] Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения: Пер. с англ/Под ред. Р. Р. Ягера. – М.: Радио и связь,1986.- 408 с.

Сведения об авторах



Юрий Н. Минаев – профессор, доктор техн.наук, профессор кафедры компьютерных систем и сетей Национального авиационного университета, пр-кт космонавта Комарова, 1, Киев-57, Украина,
e-mail: min_14@ukr.net.

Научные интересы: искусственный интеллект, управление в условиях неопределенности, трафик компьютерных систем, тензорный анализ, проблемы больших данных



Николай Н. Гузий - канд техн.наук, профессор кафедры компьютерных систем и сетей Национального авиационного университета, пр-кт космонавта Комарова, 1, Киев-57, Украина,
e-mail: nn05@ukr.net.

Научные интересы: искусственный интеллект, управление в условиях неопределенности



Оксана Ю. Филимонова – канд. техн.наук, доцент кафедры основ информатики Киевского Национального университета строительства и архитектуры, Воздухофлотский пр-кт, 03031 Киев, Украина,
e-mail: filimonova@nm.ru.

Научные интересы: искусственный интеллект, управление в условиях неопределенности, базы данных



Юлия И. Минаева - канд техн.наук, доцент кафедры Информационных технологий Национального университета им.Т.Шевченко, 01601, Киев, ул. Владимирская, 64, Украина,
e-mail: juil_2010@ukr.net.

Научные интересы: искусственный интеллект, управление в условиях неопределенности, базы данных, нейрокомпьютинг, тензорный анализ

**ALTERNATIVE METHODS OF ANALYSIS AND DECISION-MAKING
IN UNCERTAINTY CONDITIONS BASED ON TENSOR DECOMPOSITIONS**

Yuri N.Minaev, Mykola Guzii, Oksana Yu. Filimonova, Julia I. Minaeva

Abstract. *The problem of solving decision-making problems in conditions of uncertainty is considered using the methods and models of the theory of fuzzy sets with limited capabilities for assigning membership functions. It is shown that a subset of ordered pairs can be formed, in which one of the components is similar to the membership function, by tensorizing the universal set with subsequent singular decomposition. As one of the methods for tensorizing and accounting for the phenomenon, it was proposed to use the Toeplitz matrix with the choice of the main diagonal, which most effectively simulates the fuzziness. The universal set, on which a fuzzy set is formed, in the tensor format contains hidden information that can be used to make a decision no less efficiently than a heuristically designated membership function. Examples are given that show a higher efficiency of using a subset of ordered pairs in solving real problems under uncertainty.*

Keywords: *decision making, uncertainty conditions, fuzzy set, membership function, tensor, singular decomposition, Toeplitz matrix, subset of ordered pairs*

МАШИННОЕ ОБУЧЕНИЕ И ОНТОЛОГИИ КАК ДВА ПОДХОДА К ПОСТРОЕНИЮ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Андрей Михайлюк, Николай Петренко

***Аннотация:** В статье описаны основные принципы и особенности двух наиболее популярных подходов к построению интеллектуальных систем: машинного обучения и онтологий. Через раскрытие их особенностей и сравнительный анализ достоинств и недостатков очерчены наиболее вероятные области применения каждого из данных подходов: машинное обучение как наиболее распространенный инструмент «интеллектуализации» крупных систем промышленного уровня и онтологий как подход к созданию преимущественно исследовательских или узко направленных продуктов и подсистем. Рассматривается возможность и предпочтительность совместного применение машинного обучения и онтологий, в поддержку этого приводятся примеры такого применения во всемирно-известных интеллектуальных системах, разрабатываемых глобальными корпорациями. Работа так же раскрывает вероятную причину недостаточного внимания к онтологиям в промышленном и бизнес-ориентированном сообществе по сравнению с машинным обучением.*

***Ключевые слова:** Онтология, Машинное обучение, Интеллектуальные информационные системы.*

***ITHEA Keywords:** 1.2.4 Knowledge Representation Formalisms and Methods.*

Введение

Согласно множеству прогнозов (например, [Brooks, 2018]), будущее развитие технологий тесно связано с повышением уровня интеллектуальности компьютерных систем. Активное развития отрасли подтверждается появлением государственных программ [USA, 2019],

стремительным ростом количества патентов (рисунок 1), стартапов и инвестиций в данной области (прогноз - более чем 169 млрд. долларов США до 2025 года [Allied Market Research, 2018]), а также огромным количеством научных сообществ, профильных конференций и журналов.

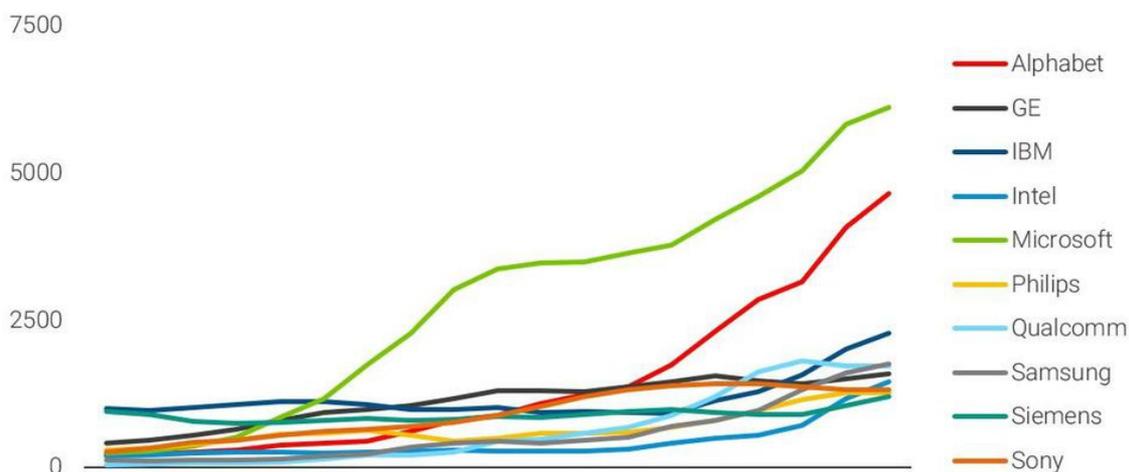


Рисунок 1. Рост количества AI патентов с 2000 по 2018 год [Columbus, 2018]

Интересен тот факт, что подавляющее большинство источников, выделяя основные направления в области искусственного интеллекта (AI), указывают на ряд аппаратно-вычислительных направлений (квантовые вычисления, робототехника, интернет вещей), а также не связанных напрямую с аппаратной составляющей (обработка естественного языка (NLP), распознавание и генерация речи, обработка изображений, машинное обучение (ML)) [Brooks, 2018, Allied Market Research, 2018, Columbus, 2018, Teich, 2018]. В то же время, в научном мире явно выделяется еще одна область исследований и инженерии - онтологии, теоретическими и прикладными аспектами которых занимается множество международных групп - как научных, так и практических [Protégé, Ontology Community, IAQA и др.]. Таким образом, возникает ряд справедливых вопросов:

-
- Почему промышленное и бизнес-ориентированное сообщество не выделяет онтологические исследования и инженерию как отдельную область или технологию?
 - Как связаны онтологии с другими отраслями AI: ML, NLP и т.д.?
 - Используются ли онтологии в крупных интеллектуальных системах, имеющих множество пользователей, применяемых в различных отраслях и разрабатываемых всемирно-известными компаниями?

В данной статье предпринята попытка ответить на указанные вопросы, описать место онтологий в мире интеллектуальных систем, указать особенности, преимущества и недостатки онтологий как технологии, по сравнению с машинным обучением, привести реальные примеры интеллектуальных систем с явным и неявным использованием онтологий.

Машинное обучение

В широком смысле, машинное обучение можно описать как любое изменение внутренней структуры, алгоритмов или данных системы, если это изменение позволяет системе лучше выполнять поставленные задачи [Nilsson, 1998]. Данное определение, фактически, описывает понятие обучения без привязки к обучаемой сущности - оно может быть в равной степени применено к определению обучения не только формальной системы (машины), но и, например, человека. Очевидно, что при всей полноте и справедливости такого определения, оно не раскрывает специфику именно машинного обучения, хотя далее автор все-же перечисляет типы моделей машинного обучения, где явно обозначается формальная природа обучаемого:

1. статистические модели;
2. модели, построенные по аналогии со строением мозга (нейронные системы);
3. эволюционирующие модели, основанные на идее изменения системы в процессе ее функционирования (например, за счет реализации эволюционных алгоритмов);

4. искусственный интеллект (системы, целью которых является имитация интеллектуальной деятельности человека, как например, построение модели по описанию, дерево решений, логический вывод в экспертных системах и т.п.);
5. психологические модели, базирующиеся на исследованиях о психологии процесса обучения (семантические графы, проблемная ориентация обучения, поощрение и наказание как механизм обучения, обучение с подкреплением и др.).

В то же время, множество других (как правило, более поздних) источников [Smola, 2008, Shalev-Shwartz and Ben-David, 2014 и др.], рассматривая машинное обучение в целом, подразумевают исключительно обучение на основе статистических методов или нейронных сетей. В [MachineLearning.ru] машинное обучение разделяется на индуктивное и дедуктивное, где экспертные системы и графы знаний составляют множество дедуктивных моделей и методов, но далее термин “машинное обучение” отождествляется исключительно с индуктивными методами: *“Дедуктивное обучение принято относить к области экспертных систем, поэтому термины машинное обучение и обучение по прецедентам можно считать синонимами”*. Таким образом, можно заключить, что машинное обучение, как правило, ассоциируется и отождествляется с индуктивными моделями, основанными на математической статистике (и теории вероятностей) и нейронных сетях (включая глубокое обучение). Далее в статье термин “машинное обучение” понимается в этом смысле.

Отметим, что принято разделять машинное обучение на представленное при помощи математического аппарата (статистика, численные методы) и на искусственные нейронные сети. Однако, т.к. нейронные сети возможно формализовать в математических терминах (полиномы, матрицы и т.д.) [Hassoun, 1995], в дальнейшем описании не будем разделять эти две области.

Общую задачу машинного обучения можно описать как нахождение функции (строго говоря, отображения) $f: X \rightarrow Y$ по подмножествам заведомо известных пар $(x \in X_l, y \in Y_l)$, где X - множество наблюдаемых

событий или объектов, Y - множество исходов, позволяющих системе лучше выполнять поставленные задачи, множество $X_l \subset X$ - события или объекты, для которых известны соответствующие исходы $Y_l \subset Y$. Пары (x, y) называют прецедентами, а множества X_l и Y_l называют учебной выборкой, так как они являются исходными данными для нахождения целевой функции f - "учебным материалом" для машины. Однако, в указанной постановке задача машинного обучения не решается на практике, так как имеет ряд особенностей и ограничений:

1. Предположение о корреляции наблюдаемых событий/объектов с исходами. Для того, чтобы найти отображение X на Y , элементы данных множеств должны коррелировать, что, очевидно, не всегда справедливо. Более того, известно, что даже формально коррелирующие значения совершенно не гарантируют семантическую корреляцию, т.е. если возможно найти формальную зависимость между множествами величин, описывающих некие события или объекты, это не всегда означает, что данные события или объекты на самом деле зависимы (например, [Spurious correlations]). К сожалению, данная гипотеза в практических задачах не имеет гарантированного разрешения - решение о существовании корреляции принимается исключительно человеком и представляет собой некоторого рода искусство [Воронцов].
2. Гипотеза о решающей функции. В поставленную задачу нахождения функции f , очевидно, следует добавить оговорку о том, что если корреляция между множествами событий/объектов и исходов существует, то f должна быть представима аналитически кусочно-заданным отображением с небольшим количеством интервалов - иначе, в вырожденном виде, где каждый интервал отображения f содержит лишь одно значение аргумента, значения f на не-учебных данных будет неизвестным. На данный момент не существует эффективных методов автоматического поиска решающего отображения - алгоритм обучения или специалист по данным просто перебирает известные функции, пытаясь найти наиболее приближенную. Т.е., начальная постановка задачи преобразуется в

задачу нахождения не функции f , а некоего его приближения f' , которое на учебной выборке давало бы результат, наиболее близкий к наблюдаемым исходам. Отображение f' также называют гипотезой о функции f , а метод поиска f' называют агностическим алгоритмом [Shalev-Shwartz and Ben-David, 2014]. Иногда метод поиска f' называют методом обучения $\mu: X_l \times Y_l \times F' \rightarrow f' \in F'$, где F' - множество известных функций, среди которых метод и пытается выбрать наиболее близкую к f . На практике, поиск данной функции является одним из ключевых этапов решения задачи машинного обучения.

3. Требование точности, обобщенности и простоты искомого отображения. Так как машинное обучение предполагает алгоритмическую реализацию применения “обученной” модели на новых данных, найденное отображение f' должно быть эффективно вычислимо средствами ЭВМ. Кроме того, оно, с одной стороны, должно максимально соответствовать значениям f на учебной выборке, но при этом должно быть достаточно обобщенным для получения ожидаемых результатов на новых данных. Ситуацию, когда f' теряет общность, т.е. максимально настроена на получение ожидаемых значений на учебной выборке, но из-за этого не применима на новых данных, называют переобучением. Данные три требования формируют общий критерий предпочтительности выбора одних гипотез f' над другими и зависят от задачи (например, простота вычисления важнее точности). На практике применяются различные методы для повышения точность и минимизации эффекта переобучения [Smola, 2008, Shalev-Shwartz and Ben-David, 2014, Воронцов].
4. Оптимальность выбранной гипотезы. Для удовлетворения требования точности приближения f' относительно f существует ряд подходов и рекомендаций (подробно описанных в [Nilsson, 1998, Smola, 2008, Shalev-Shwartz and Ben-David, 2014, Воронцов]). К сожалению, ни один из них не является универсальным, и возлагается на специалиста по машинному обучению. Отметим

лишь, что точность приближения f' относительно f является таким же параметром результирующей модели, как и сама решающая функция f' . Т.е., задачей является нахождение f' такой, что $Q(f', f) \rightarrow \min$ на $X_l \times Y_l$ и (что немаловажно) всего лишь предположительно на $X \times Y$. Иными словами, если признак Q качества выбора гипотезы оптимален на учебной выборке, это не означает, что он оптимален на неизвестных данных. Отметим также, что так как поиск оптимальной гипотезы f' также является алгоритмом, а значит и частью реализации модели машинного обучения, вместо оценки самой гипотезы можно вводить оценку алгоритма поиска гипотезы $Q(\mu, f) \rightarrow \min$ [Воронцов].

5. Параметры событий/объектов и исходов. Формализация исходных данных – событий/объектов и исходов - требует разложения их на некоторые измеряемые и вычисляемые (в широком смысле) параметры. Например, для задачи прогнозирования возврата кредита объектом является заемщик, а интересующим исходом – возврат кредита. Однако, измерение и формализация заемщика как такового невозможны - вместо этого, понятие объекта заменяется на набор его признаков: возраст, средний доход, род деятельности, стаж и т.д. Тогда каждый элемент $x \in X$ следует заменить на $x = \{p^x\}$, где $p^x \in P = \{p_i^x\}_{i=1}^N$ – множество из N параметров события/объекта x . Аналогично следует сделать с элементами множества Y исходов. Однако, при таком усложнении задачи машинного обучения возникает необходимость определить, какие параметры следует брать во внимание, какие возможно измерить и как привести измерения разнородных параметров к единой шкале. Например, в упомянутой задаче оценки рискованности заемщика, вероятно, цвет волос заемщика не имеет значения (не коррелирует с интересующим исходом); другие (важные) параметры, такие как стаж работы и город проживания, должны быть учтены в модели, но какой из них более важен, насколько важен и как, вообще говоря, можно сравнивать города между собой? Для приведения значений параметров в сравнимый вид модель еще более усложняется

вводом некой функции $\pi: P \rightarrow P'$, где любой элемент множества приведенных признаков сравним с любым элементом другого приведенного множества. Подобное усложнение модели добавляет еще две задачи, которые необходимо решить специалисту по данным при построении модели обучения: выбор значимых параметров и нахождение их функций приведения.

Как можно увидеть, модель машинного обучения полностью формализуется при помощи математического аппарата, за исключением предположений (1) о корреляции и (4) оптимальности выбранной гипотезы. С одной стороны, формализация позволяет построить эффективные алгоритмы использования модели, а наличие недоказуемых предположений позволяет применять модель на практически любых данных (и система всегда выдаст какой-то результат), с другой же стороны, подобранные функции f' , Q , π и др. семантически не связаны с предметной областью (далее - ПдО), поэтому оценка правильности и адекватности данных функций, возможности их применения для решения задачи, объяснение результатов работы системы не всегда возможны, а значит и последующее улучшение построенной модели значительно усложняется.

Онтологии

Термин "онтология" происходит из древнегреческой философии и в последующем использовался для описания разного рода понятий: разделов наук, структур данных, инструментов информационных систем и др. [Палагін, 2007, Hennig, 2019]. Далее ограничимся рассмотрением формальных онтологий в соответствии со стандартами W3C, т.к. именно они по своим задачам и использованию сравнимы с системами машинного обучения. Формальная онтология (далее просто "онтология") представляет собой формальную структуру, содержащую концепты (понятия, классы, фреймы) и признаки, которые определяют эти концепты (глобально либо относительно других концептов в рамках онтологии). Например, такими признаками могут быть:

-
- отношения с другими концептами: родо-видовые, количественные, специфичные для ПдО;
 - элементарные признаки (атрибуты), пригодные для прямой интерпретации в рамках некой системы, использующей онтологию (например, время, длина, цвет и т.п.);
 - ограничения (множество или диапазон значений, выражения математической логики и др.);
 - явное перечисление экземпляров, в совокупности представляющих данный концепт.

Иногда частью онтологии считают функции, которые может выполнять онто-система над данным концептом и которые являются полезными в рамках целевых задач. Также, распространенной практикой является включение в онтологию самих экземпляров (объектов, сущностей, элементов класса), в совокупности представляющие соответствующие концепты [Михайлюк, 2014]. Таким образом, онтология является структурированным формальным представлением некой ПдО (универсума в случае онтологий верхнего уровня [Палагін, 2006]), пригодным для автоматического использования программной системой. При этом, ключевыми особенностями онтологий являются:

- Естественное представление. Онтология представляет ПдО через концепты и их признаки, и такое же представление присуще человеку - именно такими категориями как понятия, признаки и экземпляры оперирует человек при изучении и применении полученных знаний. Таким образом, представленная в виде онтологии ПдО естественно понятна человеку.
- Простота интерпретации и валидации результатов, полученных при помощи онтологии, ровно как и самой онтологии. Очевидно, что при естественном и интуитивно понятном представлении ПдО, все задачи, решаемые системой (например, логический вывод или прогнозирование) также могут быть при надобности "вручную" перепроверены экспертом и, если система допустила ошибку,

внести соответствующие изменения либо в систему, либо в онтологическое представление ПдО.

- Эффективное автоматическое использование. Данная особенность является причиной появления именно формальных онтологий и достигается использованием известного математического аппарата для их представления: логика предикатов, графы, теория множеств и алгебра отношений и др. (как правило, несколькими аппаратами совместно).
- Полная эксплицитность представления ПдО. Данная особенность является одновременно достоинством и недостатком онтологии как подхода к построению интеллектуальных систем, т.к. гарантирует простоту интерпретации, но требует максимальной точности при построении онтологии (точность построения онтологии определяет качество и диапазон ее использования в интеллектуальной системе).
- Возможность мета- и само-представления достигается благодаря универсальности способа представления ПдО: онтология может представить произвольную ПдО, включая саму область онтологических систем. Это, в свою очередь, позволяет системе делать логические выводы о самой себе, тем самым эволюционируя.

Перечисленные особенности онтологий как подхода к построению интеллектуальных систем определяют области возможного их применения. Прежде всего, объем знаний, представляемых онтологиями достаточно мал по сравнению с, например, объемом информации, представленной в индексе поисковой системы, например, Google: тысячи понятий [Lists of ontologies] против сотен триллионов статистически проиндексированных веб-страниц [Schwartz, 2016]. Как указывалось выше, причиной относительно небольшого объема онтологий является преимущественно ручной способ из создания или проверки - в противном случае, низкое качество онтологии не позволяло бы производить точные логические выводы или адекватный семантический поиск. Как следствие, на данный момент не существует онтологии, охватывающей все ПдО, -

лишь доменные онтологии и несколько онтологий верхнего уровня, используемые для отображения и интеграции доменных онтологий [Lists of ontologies] (стоит отметить, что задачи отображения и интеграции онтологий до сих пор являются актуальными задачами онтологического инжиниринга [Палагин, 2010]). В рамках ПдО онтологии являются идеальным подходом к объяснению, поиску или логическому выводу знаний, требующих точность и доказательность: поиск возможных исходов судебного дела по нормативным актам, представленным в виде онтологии; постановка диагноза по симптомам и онтологически-представленным знаниям и протоколам в области медицины; перенос данных между двумя гетерогенными системами с онтологией описания форматов и структуры данных в обеих системах и т.п. Еще одной, возможно, наиболее популярной областью применения онтологий являются NLP системы: поскольку естественный язык - это природный способ представления и передачи информации и знаний между людьми, то онтологии, будучи формальным представлением структуры знаний, наиболее подходят для аналогичных задач в формальных системах. Кроме того, структура самого естественно-языкового представления (морфология, синтаксис, семантика) так же идеально формализуются посредством онтологии. Иными словами, онтологии позволяют представить как язык, так и знания, передаваемые языком.

Сравнение двух технологий и области их применения

Описав основные принципы и особенности машинного обучения и онтологий как инструментов и подходов к построению интеллектуальных систем, сравним их по общим критериям, соответствующим основным этапам разработки и использования таких систем:

	Машинное обучение	Онтологии
Выбор или построение модели	Одна из основных задач, длительная и трудоемкая, выполняется итеративно по мере добавления данных	Разработка модели представления онтологии скорее научная задача, на практике обычно просто

	для обучения	выбирается одна из существующих моделей
Добавление начальных данных	Преобразование элементов обучающей выборки в вектора значимых параметров производится в рамках построения модели - само добавление данных полностью автоматическое	Добавление данных в онтологию - сложный процесс, выполняемый экспертом, т. к. требует решения неоднозначностей, противоречий или поиска соответствия параметров новых и уже добавленных в онтологию концептов [Палагин, 2010]
Реализация системы, использующей готовую модель	Вычислительная часть, как правило, крайне проста и сводится к вычислению арифметических выражений; данные независимы, поэтому вычисления легко параллелизируются (и как следствие, система легко масштабируется)	Выражения логики предикатов, операции над множествами и графовые алгоритмы легко реализуются, однако структура данных зачастую связанная, поэтому параллелизация вычислений не всегда возможна
Применение системы	Применение системы, построенной на основе модели машинного обучения, крайне простое: данные вводятся в систему, а модель дает ответ аналогично процессу обучения	Применение системы не представляет сложностей, однако зачастую данные перед применением необходимо строго структурировать (например, обработка естественно-языковых текстов требует предварительного синтаксического разбора)
Объяснение и проверка	Модель машинного обучения представляет	Способ представления знаний в онтологии

качества результатов	семантику решаемой задачи в виде математических функций и числовых коэффициентов, поэтому для человека, как правило, крайне сложно соотнести это с ПдО и, как следствие, объяснить, почему система выдает именно такой ответ, проверить, насколько ответ правильный [Holzinger, 2018]	нагляден и естественен для человека, поэтому любые результаты, полученные при помощи онтологий, легко объяснимы и позволяют “пошагово отследить” процесс получения результата работы системы и оценить правильность как каждого этапа, так и всего результата в целом
Корректировка системы в процессе работы	При выявлении несоответствия модели определенным прецедентам (ситуациям) ПдО, модель необходимо “подстроить”: в случае корректировки количественных параметров модели, “подстройка” выполняется автоматически, однако в случае несоответствия самой модели, ее необходимо полностью перестроить, т.е. по-сути, начать решать задачу сначала	Несоответствие онтологии некоторой ситуации или элементу знаний ПдО решается структурным изменением онтологии (родовидовой иерархии, семантических отношений и т.п.), что не составляет труда для эксперта и, в некоторых случаях, возможно полностью автоматизировать; изменять формальную модель представления онтологии, как правило, не требуется

Приведенные в таблице данные позволяют сделать следующие выводы:

- Для применения машинного обучения к решению некой задачи необходимо прежде всего подобрать подходящую модель и натренировать ее на имеющемся наборе данных. Именно этот этап является наиболее трудоемким и сложным, именно поэтому роль специалиста по машинному обучению наиболее важна. Кроме того,

для построения модели необходимы качественные (полные, отображающие ПдО) данные большого объема. Инвестировав в специалиста и достаточный объем качественных данных, построенная модель будет эффективно применяться в любых масштабах, причем даже при недостатке входящей информации выдача результата, пусть и менее точного, системой гарантирована. Такой подход наиболее свойственен промышленному, коммерческому использованию: значительные начальные инвестиции для простого, широкого, потенциально бесконечного применения с гарантированным получением результата (например, система рекомендации отеля по предпочтениям пользователя даже при недостатке информации о пользователе должна все-равно что-либо предложить – иначе, отсутствие результата воспринимается как неработоспособность системы).

- Решение задач при помощи онтологий требует небольших начальных усилий (выбор формализма и среды работы с онтологией, наполнение ее данными ПдО), которые зачастую требуют наличия лишь небольшого объема энциклопедических знаний и специалиста в ПдО (специалист в области инженерии онтологий не требуется). Построенная система легко применяется в заданной ПдО (хотя ее масштабирование для массового применения - довольно сложная инженерная задача), практически всегда выдает формально правильный и объяснимый результат, а в случае сомнительности результатов - легко проверяется и адаптируется. Очевидно, что такой подход более присущ исследовательским задачам или узким задачам в рамках больших промышленных систем.

Машинное обучение и онтологии в промышленных системах

Машинное обучение используется повсеместно - сложно привести более или менее исчерпывающий список известных систем с применением машинного обучения - все глобальные поисковые системы, такие как Google Search, Bing, Yandex и др., используют машинное обучение для

поиска по тексту и изображениям, определению объектов и людей на изображениях, анализа тональности и т.д. [Rowe, 2018]; Google, Tesla и другие используют машинное обучение в системах автономного вождения [Bandom, 2018]. Применение же онтологий, как и описывалось выше, носит гораздо менее масштабный характер, хотя и здесь существует довольно много известных систем:

- IBM Watson - первая программа, победившая в интеллектуальной викторине Jeopardy!, также основана на онтологическом представлении знаний, полученных из энциклопедий и сторонних онтологий, в частности DBPedia, WordNet и Yago [IBM Watson, Sinha, 2016];
- HelathNavigator [HelathNavigator], определяющий возможные состояния здоровья на основе данных симптомов с использованием онтологии болезней и используемый в недавно представленном продукте Microsoft Healthcare Bot [Microsoft Healthcare Bot] - интегрированном сервисе для определения возможных начальных состояний здоровья и ведения процесса лечения посредством текстового чата человека с ботом;
- программы-ассистенты Microsoft Cortana, Apple Siri, S-Voice и Google Now используют онтологии для “понимания” естественного языка, поиска в базе знаний и выбора желаемой реакции (ответ, действие, дополнительные вопросы) [Barbosa, 2017]. Более того, одним из основателей компании, создавшей Siri, согласно [Stuart, 2016], является Том Грубер - автор наиболее известного определения онтологии [Gruber, 1993].

Выводы

Очевидно, что определить однозначное преимущество какого-либо из подходов невозможно – целесообразность выбора зависит от задачи. А если быть более точным, то оба подхода применимы к решению задач интеллектуальных систем, просто каждый из них применим на разных этапах решения этих задач. Так, все перечисленные выше системы, на самом деле, в той или иной мере успешно используют оба подхода:

например, используя базовые онтологии синтаксиса языка, система обучается распознавать роль слов в предложении; основываясь на онтологии верхнего уровня, получает семантическую структуру текста; семантические признаки составляют исходные данные для ML-системы поиска, которая, обучившись на предыдущих запросах, определяет релевантный ответ, найденный в категории, определенной с помощью онтологий ПдО. Т.е., успешное применение машинного обучения и онтологий представляет собой не выбор одного из подходов, а скорее некий симбиоз этих подходов: онтологии позволяют формализовать данные для машинного обучения, а система машинного обучения позволяет автоматически наполнять или адаптировать онтологию для ее дальнейшего, более точного применения к формализации обучающих данных и т.д.

Такое «скрытое» использование онтологий в крупных интеллектуальных системах не придает достаточной видимости данной области, формируя восприятие роли онтологий как вспомогательных ресурсов для ML-систем. Системы же, основанные на исключительно онтологиях, ввиду описанных выше особенностей, не являются достаточно крупными и широко применяемыми. Вероятно, такая «внутренняя» роль онтологий в известных ML-системах и слабая известность чисто-онтологических систем является причиной низкого внимания к онтологиям в промышленных и бизнес-ориентированных сообществах.

Дальнейшие направления работы

Очертив области применения ML и онтологий и раскрыв потенциал их совместного применения, следующим шагом может быть разработка обобщенной схемы применения этих двух подходов при построении интеллектуальных систем определенной направленности. Например, при построении поисковой системы, возможно дать рекомендации о том, на каких этапах целесообразно использовать онтологии, что решать при помощи машинного обучения, как связывать результаты этих двух подходов, как оценивать качество таких «гибридных» систем.

Другим очевидным развитием вопроса совместного использования ML и онтологий являются исследования в каждой из двух областей. Например, как при помощи ML улучшить качество онтологической интеграции знаний; или же, при построении модели ML, для выбора оптимальной решающей функции, вместо простого перебора множества известных функций, изучить возможность построения и использования онтологий решающих функций.

Еще одним направлением дальнейшей (хотя и не столько научной) работы, можно считать популяризацию онтологий как подхода к построению интеллектуальных систем через более явное представление их роли в крупных промышленных продуктах и посредством разработки чисто-онтологических систем более общего назначения.

Литература

[Allied Market Research, 2018] Artificial Intelligence (AI) Market by Technology (Machine Learning, Natural Language Processing, Image Processing, Speech Recognition), and Industry Vertical (Media & Advertising, BFSI, IT & Telecom, Retail, Healthcare, Automotive & Transportation, and Others) - Global Opportunity Analysis and Industry Forecast, 2018-2025. Allied Market Research, 2018. <https://www.alliedmarketresearch.com/artificial-intelligence-market>

[Barbosa, 2017] Barbosa, Simone Diniz Junqueira, Breitman, Karin. Conversations Around Semiotic Engineering. Springer, 2017, 113 pages. ISBN 3319562916, 9783319562919

[Brandom, 2018] Brandom, Russell. Self-driving cars are headed toward an AI roadblock. The Verge, 2018. <https://www.theverge.com/2018/7/3/17530232/self-driving-ai-winter-full-autonomy-waymo-tesla-uber>

[Brooks, 2018] Brooks, Chuck. Four Emerging Technology Areas That Will Help Define Our World In 2019. Forbes, 2018. <https://www.forbes.com/sites/cognitiveworld/2018/12/24/four-emerging-technology-areas-that-will-help-define-our-world-in-2019/#71f1f49358dd>

- [Columbus, 2018] Columbus, Louis. 25 Machine Learning Startups to Watch In 2018. Forbes, 2018. <https://www.forbes.com/sites/louiscolombus/2018/08/26/25-machine-learning-startups-to-watch-in-2018/#15af72cd6f99>
- [Gruber, 1993] Gruber, Tom. A Translation Approach to Portable Ontologies. Knowledge Acquisition, 5(2): 199-220, Stanford University, 1993.
- [Hassoun, 1995] Hassoun, Mohamad H. Fundamentals of Artificial Neural Networks. MIT Press, USA, 1995. 511 pages, ISBN 0-262-08239-X
- [HelathNavigator] HelathNavigator, <https://healthnavigator.com/differential-diagnosis-engine>
- [Hennig, 2019] Hennig, Boris. What is Formal Ontology? 2019. https://www.researchgate.net/publication/27518522_What_is_Formal_Ontology
- [Holzinger, 2018] Holzinger A. From Machine Learning to Explainable AI. In 2018 World Symposium on Digital Intelligence for Systems and Machines (DISA), IEEE, 2018. pp. 55-66. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/8490530>
- [IAOA] IAOA – International Association for Ontology and its Applications <https://iaoa.org>
- [IBM Watson] IBM Watson, [https://en.wikipedia.org/wiki/Watson_\(computer\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Watson_(computer))
- [Lists of ontologies] Lists of ontologies, W3C. https://www.w3.org/wiki/Lists_of_ontologies
- [MachineLearning.ru] MachineLearning.ru - Профессиональный информационно-аналитический ресурс, посвященный машинному обучению, распознаванию образов и интеллектуальному анализу данных. http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title=Машинное_обучение
- [Microsoft Healthcare Bot] Microsoft Healthcare Bot <https://www.microsoft.com/en-us/research/project/health-bot>
- [Nilsson, 1998] Nilsson, Nils J. Introduction to Machine Learning. Robotics Laboratory, Department of Computer Science, Stanford University, Stanford, 1998
- [Ontology Community] Ontology Community. <http://ontologforum.org/index.php/WikiHomePage>

-
- [Protégé] Protégé - Stanford Center for Biomedical Informatics Research.
<https://protege.stanford.edu>
- [Rowe, 2018] Rowe, Kevin. How Search Engines Use Machine Learning: 9 Things We Know for Sure. 2018. <https://www.searchenginejournal.com/how-search-engines-use-machine-learning/224451/#close>
- [Schwartz, 2016] Schwartz, Barry. Google's search knows about over 130 trillion pages. 2016. <https://searchengineland.com/googles-search-indexes-hits-130-trillion-pages-documents-263378>
- [Shalev-Shwartz and Ben-David, 2014] Shalev-Shwartz, Shai, Ben-David, Shai. Understanding Machine Learning: From Theory to Algorithms. Cambridge University Press, New York, USA, 2014. ISBN 978-1-107-05713-5 (print version). <http://www.cs.huji.ac.il/~shais/UnderstandingMachineLearning>
- [Sinha, 2016] Sinha, Tanmay, Boyd, Andrew. IBM Watson Knowledge Studio – Teach Watson about your domain. IBM, 2016. <https://www.ibm.com/blogs/watson/2016/06/alchemy-knowledge-studio>
- [Smola, 2008] Smola, Alex, Vishwanathan, S.V.N. Introduction to Machine Learning. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, 2008. ISBN 0-521-82583-0 (print version)
- [Spurious correlations] Spurious correlations, <http://www.tylervigen.com/spurious-correlations>
- [Stuart, 2016] Stuart, David. Practical Ontologies for Information Professionals. Language Arts & Disciplines, 2016, 224 pages. ISBN 1783300620, 9781783300624
- [Teich, 2018] Teich, David A. Machine Learning and Artificial Intelligence in Business: Year in Review, 2018. Forbes, 2018. <https://www.forbes.com/sites/davidteich/2018/12/26/machine-learning-and-artificial-intelligence-in-business-year-in-review-2018/#6cb281b02041>
- [USA, 2019] Accelerating America's Leadership in Artificial Intelligence, 2019. <https://www.whitehouse.gov/articles/accelerating-americas-leadership-in-artificial-intelligence>
- [Воронцов] Воронцов, К., Математические методы обучения по прецедентам - курс лекций.

[http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title=Машинное_обучение_\(курс_лекций,_К.В._Воронцов\)](http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title=Машинное_обучение_(курс_лекций,_К.В._Воронцов))

[Михайлюк, 2014] Михайлюк, Андрей. OWL как стандартная модель представления трансдисциплинарных знаний в Semantic Web. International Journal "Information Content and Processing", Volume 1, Number 3, 2014. <http://www.foibg.com/ijicp/vol01/ijicp01-03-p04.pdf>

[Палагин, 2010] Палагин, Александр, Михайлюк, Андрей, Величко, Виталий, Петренко, Николай. К интеграции онтологий предметных областей. Information Models of Knowledge, Kiev, Ukraine – Sofia, Bulgaria, 2010, с. 69-85. ISBN 978-954-16-0048-1. http://foibg.com/ibs_isc/ibs-19/ibs-19-p08.pdf

[Палагин, 2006] Палагин Олександр, Петренко Микола. Модель категоріального рівня мовно-онтологічної картини світу. Математичні машини і системи, №3, 2006, с. 91-104

[Палагин, 2007] Палагин Олександр, Петренко Микола, Михайлюк Андрій. Розвиток та порівняльні характеристики логіко-онтологічних формальних теорій. Математичні машини та системи, №2, 2007. с. 3-18. <http://www.aduis.com.ua/books/6.pdf>

Информация об авторах



Andrii Mykhailiuk – Microsoft; Senior Software Engineer. Nad uzlabinou 708/7, Prague 10800, Czech Republic, e-mail: amykhailiuk@gmail.com

Основные области научных исследований: онтологии, формальные модели представления знаний, системы обработки знаний



Петренко Николай Григорьевич – Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Киев-187 ГСП, 03680, просп. акад. Глушкова, 40; e-mail: petrng@ukr.net

Основные области научных исследований: методология и инструментальные средства автоматизированного проектирования онтологий предметных областей, системная интеграция трансдисциплинарных научных знаний

Machine Learning and Ontologies as Two Approaches for Building Intellectual Informational Systems

Andrii Mykhailiuk, Mykola Petrenko

Abstract: *The article describes major principles and features of two the most popular approaches to development of intellectual systems: machine learning and ontologies. Exposition of the approaches' details and comparative analysis lead to definition of the most suitable application domains: machine learning is the most commonly used instrument for "intellectualization" of large production-level systems and ontologies as an approach for creation of mostly research or highly-specific products and sub-systems. Machine learning and ontologies are considered and advised to be leveraged together; to support this suggestion examples of such combined usage are given for well-known intellectual systems developed by global corporations. The paper also reveals probable reason of low attention to ontologies in production and business-oriented circles comparing to the current popularity of machine learning.*

Keywords: *Ontology, Machine Learning, Intellectual Informational Systems.*

КОНСТРУКТИВНОЕ СООТВЕТСТВИЕ МУЛЬТИСИМВОЛЬНЫХ И ЛИНЕЙНЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФРАКТАЛОВ

Виктор Шинкаренко, Константин Литвиненко,
Роберт Чигирь

***Аннотация:** Парадигма конструктивного представления окружающего мира основывается на положении, что весь мир состоит из конструкций и конструктивных процессов. Отдельные конструкции посредством конструктивных процессов преобразуются в другие. Между конструкциями различной природы может существовать явное или неявное соответствие. В данной работе конструктивно-продукционный подход к моделированию фракталов позволяет установить соответствие между мультисимвольными и линейными плоскими геометрическими фракталами, детерминированными и стохастическими. Это расширяет возможности конструирования последних с целью изучения их свойств и возможностей моделирования объектов реального мира. Средства конструктивно-продукционного моделирования получили развитие в виде семейства параметрических конструкторов, что позволяет варьировать возможности конструкторов.*

***Ключевые слова:** конструктивно-продукционное моделирование, конструктор, фрактал, стохастические фракталы, L-система, специализация, интерпретация, конкретизация, реализация*

***ITHEA Keywords:** F.4.2 Grammars and Other Rewriting Systems; I.1.1 Expressions and Their Representation; I.1.4 Applications; I.6.5 Model Development.*

Введение

Основные понятия фрактальной геометрии сформулированы в работе Б. Мандельброта «Фрактальная геометрия природы» [Mandelbrot, 1982] как обобщение и развитие идей А. Пуанкаре, П. Фату, Г. Кантора, Ф. Хаусдорфа. Указанная работа привела к появлению множества работ прикладного характера, в которых фрактальный подход начал применяться для решения практических задач из области хаоса и динамических систем [Федер, 1991, Божокин, 2001, Peitgen, 2004], моделирования дендритов [Кроновер, 2000, Помулев, 2002, Безносок, 2002], фрактальных свойств антенн [Слюсар, 2007], трафика видеосигналов, связи и интернета [Шелухин, 2008, Шелухин, 2011] и др.

В соответствии с определением Б. Мандельброта: фрактал – это структура, состоящая из частей, которые в каком-то смысле подобны целому. Поэтому фракталом является такой объект, который обладает свойством самоподобия, он более или менее единообразно устроен на широком диапазоне масштабов. В геометрическом случае самоподобие гарантирует инвариантность при любом изменении масштаба, однако это характерно только для регулярных, детерминированных фракталов. Если детерминированный процесс построения фрактальной структуры зашумлен случайными воздействиями, тогда формируются стохастические фракталы. Свойство самоподобия таких фракталов проявляется только при усреднении по всех статистически независимых реализациях объекта. Поэтому, часть фрактала при изменении масштаба не полностью инвариантна начальному фрагменту, однако их статистические характеристики совпадают.

Разработка эффективных алгоритмов и программных средств для моделирования двумерных фракталов и трехмерных фрактальных поверхностей продолжает оставаться в центре внимания специалистов, занимающихся решениями инженерных, медицинских, управленческих и других задач [Кравченко, 2016, Kravchenko, 2017, Camps-Raga, 2010, Zhou, 1995, Chiu, 2006, Zhou, 2010].

Связанные работы

На базе фундаментального принципа общенаучных исследований – от частного к общему, а затем от общего к частному, в [Shynkarenko, 2014], выполнено обобщение возможностей и особенностей различных модификаций грамматик и грамматико-подобных систем с применением конструктивного подхода. Исходя из [Shynkarenko, 2014], конструктивно-продукционное моделирование может применяться для решения задач формирования, преобразования и анализа конструкций различной природы с применением операций связывания, подстановки, вывода и др. операций, а также правил подстановки. На основе такого подхода представляется возможным моделирование и формализация любых конструктивных процессов в области инженерии, биологии, информационных технологий, а также расширяется возможность учета свойства элементов, их формы и связи.

Отталкиваясь от общего подхода в указанных работах, удалось решить ряд частных задач:

- адаптации алгоритмов сжатия к архивируемым данным [Shynkarenko, 2015];
- совершенствования процесса ранжирования альтернатив методом анализа иерархий [Шинкаренко и Васецкая, 2016];
- адаптации структур данных в оперативной памяти [Шинкаренко и Забула, 2016];
- совершенствование структур хранения данных в задачах выявления плагиата [Шинкаренко и Куропятник, 2016].

В данной работе рассматриваются идеи конструктивно-продуктивного подхода, как инструмента, позволяющего эффективно моделировать как регулярные, так и стохастические геометрические фракталы.

Цель и задача исследования

Цель исследования – применяя средства и методы конструктивно-продукционного моделирования к мультисимвольным и линейным геометрическим фракталам:

- формализовать процесс и результаты их формирования;
- разработать математический аппарат, устанавливающий соответствие между ними.

В соответствие с поставленными целями необходимо разработать:

- конструкторы мультисимвольных и линейных геометрических фракталов;
- программное обеспечение для их реализации.

Обобщенный конструктор. Основные положения

В основу конструктивно-продукционного моделирования положено понятие обобщенной конструктивно-продукционной структуры [Shynkarenko, 2014]. Как результат и продолжение указанных исследований, в работах [Shynkarenko, 2015, Шинкаренко и Васецкая, 2016, Шинкаренко и Забула, 2016, Шинкаренко и Куропятник, 2016], предложено рассматривать средство конструирования – обобщенный конструктор (ОК)

$$C = \langle M, \Sigma, \Lambda \rangle, \quad (1)$$

где M – неоднородный расширяемый носитель, Σ – сигнатура отношений и соответствующих операций: связывания, подстановки, вывода, над атрибутами, Λ – множество утверждений информационного обеспечения конструирования (ИОК), которое включает: онтологию, цель, правила, ограничения, условия начала и завершения конструирования.

В M можно выделить подмножества: T – терминалов, N – нетерминалов (вспомогательных, абстрактных элементов), со свойствами $T \cap N = \emptyset$, $\varepsilon \in T$, $\varepsilon \notin N$, где ε – пустой элемент.

Особенностями конструктивно-продукционного моделирования с применением являются [Shynkarenko, 2015, Шинкаренко и Васецкая, 2016, Шинкаренко и Забула, 2016, Шинкаренко и Куропятник, 2016]: атрибутивность элементов и операций, расширяемый носитель, модель исполнителя в виде его базовых алгоритмов, связь операций с алгоритмами их выполнения.

Онтология обобщенного конструктора в неформальном виде изложена в [Shynkarenko, 2014], ниже приведена ее часть необходимая для дальнейшего изложения.

Сигнатура Σ состоит из множества операций: Ξ – связывания, Θ – подстановки и вывода, Φ – операций над атрибутами. Сигнатура содержит также отношения подстановки « \rightarrow ». Таким образом, формально сигнатура есть $\Sigma = \langle \Xi, \Theta, \Phi, \{\rightarrow\} \rangle$, со свойствами: $\Xi \cap \Theta = \emptyset$; $\Xi \cap \Phi = \emptyset$; $\Theta \cap \Phi = \emptyset$, $\varepsilon \in \Phi$. Сигнатура состоит из имен операций $\{\otimes_j\}$, обладающих набором атрибутов w_j , представляется как $w \otimes \in \Sigma$.

Операции связывания элементов конструктора соединяют отдельные элементы в конструкции или их части (промежуточные формы).

В классических формальных грамматиках используется одна бинарная операция связывания (конкатенации) над элементами терминального и нетерминального алфавитов, однако для специализированных грамматик могут использоваться разнообразные операции связывания: по условию, многоместные, графических элементов и др.

Под формой $w_l l$ с набором атрибутов w_l понимают:

- $w_l l = w_0 \otimes (w_1 m_1, w_2 m_2, \dots, w_k m_k)$ для $\forall w_i m_i \in M$;
- $w_l l = w_j m_j$, если $l = w_0 \otimes (\varepsilon, \dots, \varepsilon, w_j m_j, \varepsilon, \dots, \varepsilon)$;
- $w_l l = w_0 \otimes (w_1 l_1, w_2 l_2, \dots, w_k l_k)$, если $w_1 l_1, w_2 l_2, \dots, w_k l_k$ – формы.

Таким образом, операция связывания применяется как к элементам носителя, так и к формам, сконструированным с ее помощью на основе элементов носителя.

Отношение постановки – двуместное отношение с атрибутами $w_i I_i \rightarrow w_j I_j$.

Пусть $s = \langle w_1 I_1 \rightarrow w_2 I_2, w_3 I_3 \rightarrow w_4 I_4, \dots, w_m I_m \rightarrow w_{m+1} I_{m+1} \rangle$ – последовательность отношений подстановки или $s = \varepsilon$, и $g = \langle \oplus_1 (w_{1,1}, w_{2,1}, \dots, w_{k_1,1}), \oplus_2 (w_{1,2}, w_{2,2}, \dots, w_{k_2,2}), \dots, \oplus_n (w_{1,n}, w_{2,n}, \dots, w_{k_n,n}) \rangle$ – последовательность операций над атрибутами. Назовем правилом продукции $p : \langle s, g \rangle$. Здесь \oplus – произвольная операция над атрибутами ($\oplus \in \Phi$).

Множество правил продукций будем обозначать $\Psi = \{\psi_i : \langle s_i, g_i \rangle\}$.

Пусть задана форма $w_i I = \otimes (w_1 I_1, w_2 I_2, \dots, w_n I_n, \dots, w_k I_k)$ и отношение подстановки $w_h I_h \rightarrow w_q I_q$ такое, что $w_h I_h < w_i I$ (отношение $<$ – содержит), тогда результатом $w_i I^*$ трехместной операции подстановки $\Rightarrow (w_h I_h, w_q I_q, w_i I)$ будет форма $w_i I^* = \otimes (w_1 I_1, w_2 I_2, \dots, w_q I_q, \dots, w_k I_k)$, где $\Rightarrow \in \Theta$.

Двухместная операция частичного вывода $w_i I^* =_{v_p} |\Rightarrow (\Psi, w_i I)$ ($|\Rightarrow \in \Theta$) заключается в:

- выборе одного из доступных правил подстановки $p_r : \langle s_r, g_r \rangle$ с отношениями подстановки s_r ;
- выполнении на его основе операций подстановки;
- выполнении операций над атрибутами g_r в соответствующей последовательности.

Операция полного вывода или просто вывода ($||\Rightarrow \in \Theta$) заключается в пошаговом преобразовании форм, начиная с начального нетерминала и заканчивая конструкцией, удовлетворяющей условию окончания вывода, что подразумевает циклическое выполнение операций частичного вывода. Операция двухместная $_{\Delta, w_i} I^* = ||\Rightarrow (\Psi, w_i I)$, где $w_i I \in U$.

Результирующие конструкции операций полного вывода принадлежат $\Omega(C_L)$.

Для формирования конструкций выполняется ряд уточняющих преобразований:

- специализация определяет предметную область: семантическую природу носителя, конечное множество операций и их семантику, атрибутику операций, порядок их выполнения и ограничения на правила подстановки $C \xrightarrow{s} {}_s C$;
- интерпретация заключается в связывании операций сигнатуры C_A с алгоритмами выполнения некоторой алгоритмической структуры, что связывает информационную модель средств формирования конструкций и модель исполнителя ${}_s C, C_{AI} \mapsto \langle {}_{s,I} C, C_A \rangle$, образуя конструктивную систему;
- конкретизация конструктора заключается в расширении аксиоматики множеством правил продукций, задании конкретных множеств нетерминальных и терминальных символов с их атрибутами и, при необходимости, значений атрибутов ${}_{s,I} C_K \mapsto {}_{s,I,K} C$;
- реализация конструктора заключается в формировании множества конструкции из элементов носителя конструктора путем выполнения алгоритмов, связанных с операциями сигнатуры ${}_{s,I,K} C_R \mapsto \Omega$.

В работах [Shynkarenko, 2015, Шинкаренко и Васецкая, 2016, Шинкаренко и Забула, 2016, Шинкаренко и Куропятник, 2016], уточняющие преобразования выполняются в такой последовательности

$$C \xrightarrow{s} {}_s C \mapsto {}_s C, C_{AI} \mapsto \langle {}_{s,I} C, C_A \rangle \xrightarrow{K} \langle {}_{s,I,K} C, C_A \rangle \xrightarrow{R} \Omega. \quad (2)$$

Однако как оказалось, такой подход не является единственно возможным и необходимым. Вариативность порядка применения уточняющих преобразований приводит к достаточно интересным и полезным результатам. Для этого, в частности, в рамках конструктивно-продукционного моделирования используем идеи L-систем.

Семейство параметрических конструкторов мультисимвольных фракталов

Как известно, продукционные L-системы (Lindenmayer system) [Lindenmayer, 1968] широко используются для моделирования различных систем и процессов, компьютерной графики, биологии, музыки и др.

Основная отличительная особенность L-систем относительно других классических грамматик состоит в отсутствии нетерминалов, атрибутивности терминалов, выполнении «параллельной» подстановки, порядка формирования множества выводимых конструкций и аксиомы в виде начальной конструкции.

Специализацию обобщенного конструктора на основе конструктивно-продукционного подхода и L-систем можно рассматривать как

$$C = \langle M, \Sigma, \Lambda \rangle \mapsto C_L = \langle M_L, \Sigma_L, \Lambda_L \rangle, \quad (3)$$

где M_L включает символьные терминалы, а также промежуточные формы и мультисимвольные конструкции, Σ_L состоит из единственной операции – конкатенации символов и символьных цепочек (знак операции между операндами, как правило, опускается, Λ_L – информационное обеспечение включает основы конструктивно-продукционного моделирования и особенности L-систем $\Lambda_L = \Lambda \cup \Lambda_1$.

Онтология ИОК Λ_1 включает приведенные выше обозначения и их семантику, понятия «символ», «конкатенация», «цепочка символов» и другие известные понятия мультисимвольной обработки, а также приведенными ниже положениями.

Уточняется операция частичного вывода $\mid\Rightarrow (\Psi, w_i /)$: выполняются все допустимые операции подстановки из Ψ , применимые к терминалам из формы $w_i /$, просматривая её слева направо за исключением рекурсии.

Начальные условия задаются в виде цепочки символов (аксиомы).

Множество нетеминалов пусто.

Конструктивная система позволяет конструировать некоторое множество конструкций (возможно и одну) либо выполнять проверку принадлежности заданной конструкции этому множеству.

В ряде случаев возникает необходимость схожим образом формировать два или более отличных друг от друга множества конструкций. Другими словами, множества формируемых конструкций различны, а процессы их формирования имеют незначительную вариативность.

В таких случаях целесообразно применять параметрические конструкторы. Назовем семейством конструкторов множество конструкторов, отличающихся ограниченным количеством положений информационного обеспечения. При определении семейства в круглых скобках задаются параметры конструкторов (перечисляются вариативные в рамках семейства элементы ИО). Определим семейство параметрических конструкторов следующим образом:

$$C(a_1, a_2 \dots a_n) = \langle M, \Sigma, \Lambda \rangle \quad (4)$$

где $a_i \in \Lambda$ – идентификаторы положений информационного обеспечения. Их значения задаются внешним исполнителем путем дополнительной конкретизации.

Конкретизируем C_L до уровня семейства параметрических мультисимвольных конструкторов

$$C_L = \langle M_L, \Sigma_L, \Lambda_L \rangle_K \mapsto C_{MS}(B, P, n) = \langle M_{MS}, \Sigma_{MS}, \Lambda_{MS} \rangle \quad (5)$$

где B – начальная цепочка символов (аксиома), P – множество правил подстановки, n – количество операций частичного вывода, $M_{MS} = M_L \cup \{f, z, y, +, -\} \cup M_1$, M_1 включает цепочки из символов $\{f, z, y, +, -\}$, $\Sigma_{MS} = \Xi_{MS} = \{\circ\}$, \circ – операция конкатенации, $\Lambda_{MS} = \Lambda_L \cup \Lambda_2$, Онтологическая

составляющая Λ_2 включает приведенные выше обозначения и их семантику, а также следующие положения:

- *цель конструирования* – формирование мультисимвольной цепочки фрактальной структуры;
- *правила подстановки* задаются параметром P ;
- *ограничения* – операции над атрибутами отсутствуют, правила подстановки содержат единственное отношение подстановки;
- *начальные условия* – аксиома задается параметром B ;
- *условие завершения* – выполнение n операций частичного вывода.

В результате **интерпретации** формируем конструктивную систему как совокупность двух моделей: конструктора и внутреннего исполнителя (последняя в виде конструктора алгоритмов, которые способен выполнить исполнитель)

$$\begin{aligned} \langle C_{MS}(B, P, n) = \langle M_{MS}, \Sigma_{MS}, \Lambda_{MS} \rangle, C_A = \langle M_A, \Sigma_A, \Lambda_A \rangle \rangle, I \mapsto \\ C_{A,MS}(B, P, n) = \langle M_{A,MS}, \Sigma_{A,MS}, \Lambda_{A,MS} \rangle, \end{aligned} \quad (6)$$

где C_A – модель исполнителя в виде конструктора, который способен выполнять базовые и сконструированные алгоритмы; M_A – множество базовых $\{A_1^0 |_{A_i, A_j}^{A_i, A_j}, A_2^0 |_{Z_1, Z_2, A_i}^{A_i}, A_3^0 |_{I_i, I_j}^{I_i \circ I_j}\} \subset M_A$ и сконструированных $\{A_4 |_{I_n, I_q, I_j}^{I_j}, A_5 |_{I_i, \Psi}^{I_j}, A_6 |_{I_i, \Psi}^{I_j}\} \subset \Omega(C_A)$ алгоритмов; $\Sigma_A = \{;, :\}$ включает сигнатуру операций последовательного и условного выполнения алгоритмов; ИО Λ_A приведено в [Shynkarenko, 2009], $M_{A,MS} = \langle M_{MS}, M_A \rangle$, $\Sigma_{A,MS} = \langle \Sigma_{MS}, \Sigma_A \rangle$, $\Lambda_{A,MS} = \Lambda_{MS} \cup \Lambda_A \cup \Lambda_3$.

Алгоритмы M_A :

- выполнения операции композиции алгоритмов $A_1^0 |_{A_i, A_j}^{A_i, A_j}$ ($A |_X^Y$ – алгоритм над данными из входного множества X со значениями из

- множества Y , A^0 – образующий алгоритм), $A_i, A_j \in \Omega(C_{A,MS})$, $A_i \cdot A_j$ – последовательное выполнение алгоритма A_j после алгоритма A_i ;
- условного выполнения $A_2^0 \mid_{Z_1, Z_2, A_i}^{A_i}$, который заключается в выполнении алгоритма A_i при условии $Z_1 \supseteq Z_2$;
 - конкатенации цепочек символов $A_3^0 \mid_{I_i, I_j}^{I_i \circ I_j}$, $I_i, I_j \in M_{MS}$;
 - выполнения операции подстановки $\{A_4 \mid_{I_h, I_q, I_i}^{I_i}\}$, $I_i, I_j, I_h, I_q \in M_{MS}$, I_i, I_j – текущая форма, в которой выполняется операция подстановки до и после ее выполнения, I_h, I_q – цепочки в левой и правой части отношения подстановки, согласно которому выполняется;
 - выполнения операций частичного и полного вывода $A_5 \mid_{I_i, \Psi}^{I_i}$, $A_6 \mid_{I_i, \Psi}^{I_i}$, $\Psi \subset \Lambda_{MS}$ – множество правил подстановки.

ИОК Λ_A включает приведенные выше определения, обозначения и их семантику

$$\Lambda_3 = \{(A_1^0 \mid_{A_i, A_j}^{A_i \cdot A_j} \dashv \cdot), (A_2^0 \mid_{Z_1, Z_2, A_i}^{A_i} \dashv :), (A_3^0 \mid_{I_i, I_j}^{I_i \circ I_j} \dashv \circ); (A_4 \mid_{I_h, I_q, I_i}^{I_i} \dashv \Rightarrow); (A_5 \mid_{I_i, \Psi}^{I_i} \dashv \mid \Rightarrow); (A_6 \mid_{I_i, \Psi}^{I_i} \dashv \parallel \Rightarrow)\}. \quad (7)$$

Выполним завершающую конкретизацию и реализацию двух конструкторов семейства: мультисимвольных дракона Хартера – Хейтуэя и снежинки Коха [Кроновер, 2000].

Реализация мультисимвольного дракона Хартера – Хейтуэя

$$\langle C_{MS}(fz, \{y \rightarrow -fz - y; z \rightarrow z + y f +\}, 7), C_A \rangle_{R \mapsto \Omega_1(C_{MS})} \quad (8)$$

заключается в параллельном выполнении подстановок:

- начальное состояние ($n = 0$) текущей формы

fz ;

- в результате первой операции частичного вывода ($n = 1$) получаем

$$fz + yf + ;$$

- при $n = 2$ имеем

$$fz + yf ++ - fz - yf + ;$$

- при $n = 3$ имеем

$$fz + yf ++ - fz - yf ++ - fz + yf + -- - fz - yf + \text{ и так далее.}$$

В результате реализации получаем мультисимвольную конструкцию $\Omega_1(C_{MS})$, которая обладает свойством самоподобия, что наглядно представлено процедурой её формирования.

Реализацию мультисимвольной снежинки Коха выполним таким же образом

$$\langle C_{MS}(f + + f + + f, \{f \rightarrow f - f + + f - f\}, 4), C_A \rangle_R \mapsto \Omega_2(C_{MS}). \quad (9)$$

Семейство параметрических конструкторов-преобразователей

Семейство параметрических конструкторов-преобразователей из конструкции в виде цепочки символов в конструкцию в виде изображения геометрического фрактала

$$C_L = \langle M_L, \Sigma_L, \Lambda_L \rangle_K \mapsto C_{GF}(\Omega_i(C_{MS}), M_x, dM_x, D_x, \alpha, m) = \langle M_{GF}, \Sigma_{GF}, \Lambda_{GF} \rangle, \quad (10)$$

где $\Omega_i(C_{MS})$ – цепочки символов, полученные в результате реализации конструктора C_{MS} ; M_x – начальная длина отрезка, dM_x – приращение длины отрезка (%), D_x – дисперсия длины отрезка, α – угол, m – количество формируемых геометрических фигур, M_{GF} – включает множество терминалов T (всех возможных ломаных на плоскости и символов $\{f, z, y, +, -\}$), нетерминалов $N = \{A\}$, правил подстановки, $\Sigma_{GF} = \Xi_{GF} \cup \Phi_{GF}$, $\Xi_{GF} = \{o, f\}$, $\Phi_{GF} = \{*, \wedge, +, -, \times, ;\}$, $\Lambda_{GF} = \Lambda_L \cup \Lambda_4$.

Обозначим отрезок ломаной ν с атрибутами $i \perp \nu$ – порядковый номер при формировании ломаной, $X_{i \perp \nu}, Y_{i \perp \nu}$ – координаты начала, $l \perp \nu$ – длина, $\beta \perp \nu$ угол наклона.

Введем операции над атрибутами:

- сложения, вычитания, умножения и деления соответственно $+(c, a, b), -(c, a, b), \times(c, a, b)$ и $:(c, a, b)$ с операндами a, b и результатом c ;
- вычисления конца текущего отрезка (и начала следующего) $*(tM_x, \beta, X_i, Y_i, X_{i+1}, Y_{i+1})$ с начальными координатами X_i, Y_i , длине tM_x и углом наклона β ;
- генерация случайного, нормально распределенного числа $\wedge(c, a, b)$ с математическим ожиданием a и дисперсией b .

ИОК Λ_4 включает приведенные выше определения, обозначения и их семантику, а также следующие положения:

- *онтология* дополняется известными понятиями «плоскость», «отрезок», «вещественное число», «координаты», «угол», и другими, позволяющими оперировать как с линейными геометрическими фигурами, так и с вещественными числами;
- *цель конструирования* – формирование линейного геометрического фрактала на плоскости;
- *правила подстановки*:

$$\begin{aligned} & \{ \langle \langle A \rightarrow fA, A \rightarrow \nu A \rangle, \langle *(tM_x, \beta, X_i, Y_i, X_{i+1}, Y_{i+1}), = (i, i, 1) \rangle \rangle, \\ & \langle \langle A \rightarrow zA \rangle, \langle \varepsilon \rangle \rangle, \\ & \langle \langle A \rightarrow yA \rangle, \langle \varepsilon \rangle \rangle, \\ & \langle \langle A \rightarrow +A \rangle, \langle \times(qM, M_x, dM_x), : (qM, qM, 100), + (tM_x, tM_x, qM), \wedge (l, tM_x, D_x), + (\beta, \beta, \alpha) \rangle \rangle, \\ & \langle \langle A \rightarrow -A \rangle, \langle \times(qM, M_x, dM_x), : (qM, qM, 100), - (tM_x, tM_x, qM), \wedge (l, tM_x, D_x), - (\beta, \beta, \alpha) \rangle \rangle, \\ & \langle \langle A \rightarrow \varepsilon \rangle, \langle \varepsilon \rangle \rangle \}; \end{aligned}$$

- *ограничения* – правило $\langle A \rightarrow \varepsilon, \langle \varepsilon \rangle \rangle$ выполняется, если неприменимы все остальные;
- *начальные условия* – цепочка $\Omega_i(C_{MS})$; начальная точка $X_0 = 0, Y_0 = 0$; начальный угол $\beta = 0$, начальный номер точки $i = 0$, текущая длина отрезка $tM_x = M_x$;
- *условие завершения* – выполнение правила $\langle A \rightarrow \varepsilon, \langle \varepsilon \rangle \rangle$.

Определим конструктивную систему, интерпретировав C_{GF} :

$$\begin{aligned} \langle C_{GF}(\Omega_i(C_{MS}), M_x, dM_x, D_x, \alpha, m) = \langle M_{GF}, \Sigma_{GF}, \Lambda_{GF} \rangle, C_B = \langle M_B, \Sigma_B, \Lambda_B \rangle \rangle_{I \mapsto} \\ C_{B,GF}(\Omega_i(C_{MS}), M_x, dM_x, D_x, \alpha, m) = \langle M_{B,GF}, \Sigma_{B,GF}, \Lambda_{B,GF} \rangle, \end{aligned} \quad (11)$$

где C_B – конструктор, расширяющий возможности C_A наличием сформированных алгоритмов $\{A_7 \mid_{a,b}^c, A_8 \mid_{a,b}^c, A_9 \mid_{tM_x, \beta, X_i, Y_i}^{X_{i+1}, Y_{i+1}}, A_{10} \mid_{dM_x, D_x}^{GM}\} \subset \Omega(C_B)$,

$$\begin{aligned} M_B \supset M_A, \quad M_{B,GF} = \langle M_{GF}, M_B \rangle, \quad \Sigma_B = \Sigma_A, \Sigma_{B,GF} = \langle \Sigma_{GF}, \Sigma_B \rangle, \\ \Lambda_B = \Lambda_A, \Lambda_{B,GF} = \Lambda_{GF} \cup \Lambda_B \cup \Lambda_5 \end{aligned}$$

ИОК Λ_5 включает приведенные выше обозначения и их семантику, а также определение атрибутики операций (алгоритмов их реализующих):

$$\begin{aligned} \Lambda_5 = \{ (A_7 \mid_{a,b}^c \dashv \vdash), (A_8 \mid_{a,b}^c \dashv \dashv), (A_9 \mid_{a,b}^c \dashv \times), (A_{10} \mid_{a,b}^c \dashv \cdot), \\ (A_{11} \mid_{i, \beta, X_i, Y_i}^{X_{i+1}, Y_{i+1}} \dashv \star), (A_{12} \mid_{dM_x, D_x}^{GM} \dashv \wedge), (A_{13} \mid_{i, \beta, X_i, Y_i}^v \dashv f) \}. \end{aligned} \quad (12)$$

В дальнейшем выполняется конкретизация путем задания значений параметров в конструктивной системе и соответствующая реализация.

Рассмотрим их на примерах.

Детерминированный фрактал «снежинка Коха», представленный на рис. 1, является реализацией одного из семейства параметрических конструкторов с параметрами $M_x = 1, dM_x = 0, D_x = 0, \alpha = 60^\circ, m = 1$

$$\langle C_{GF}(\Omega_2, 1, 0, 0, 60, 1), C_B \rangle_{R \mapsto} \Omega_3.$$

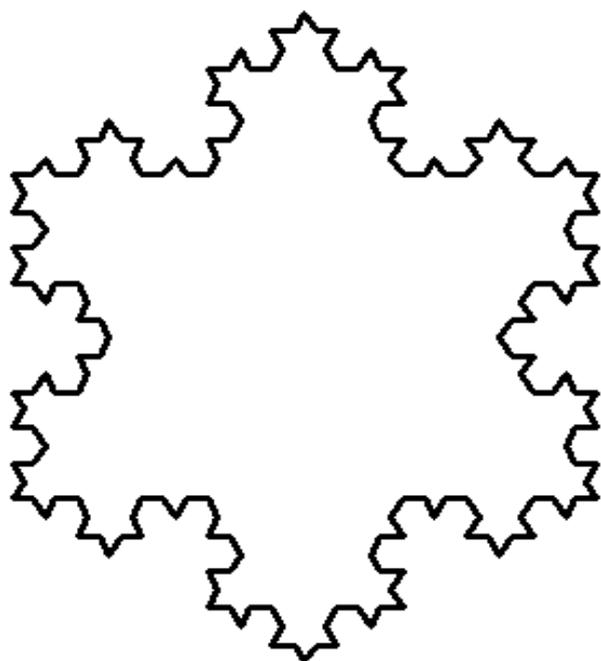


Рис. 1. Реализация конструктора Ω_3 детерминированного фрактала «снежинка Коха»

Один из 20 стохастических вариантов этого фрактала, реализованных конструктором $\langle C_{GF}(\Omega_2, 1, 50, 50, 60, 20), C_B \rangle_{R \mapsto \Omega_4}$, представлен на рис. 2.

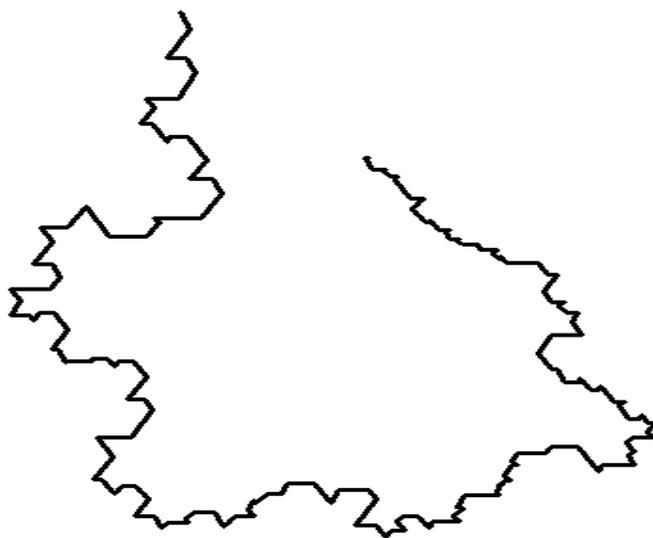


Рис. 2. Реализация конструктора Ω_4 стохастического фрактала «снежинка Коха»

Детерминированный фрактал «дракон Хартера – Хейтуэя», представленный на рис. 3, является реализацией конструктора $\langle C_{GF}(\Omega_1, 1, 0, 0, 90, 1), C_B \rangle_{R \mapsto \Omega_5}$.

Один из 20 стохастических вариантов этого фрактала, реализованных конструктором $\langle C_{GF}(\Omega_1, 1, 50, 50, 90, 20), C_B \rangle_{R \mapsto \Omega_6}$, представлен на рис. 4.

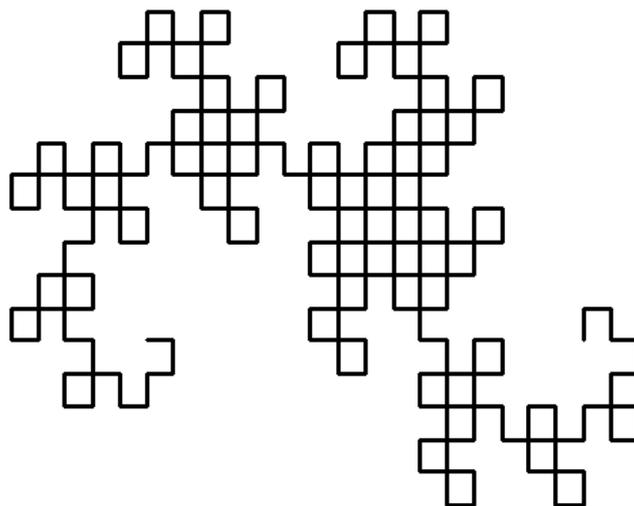


Рис. 3. Реализация конструктора Ω_5 детерминированного фрактала «дракон Хартера – Хейтуэя»

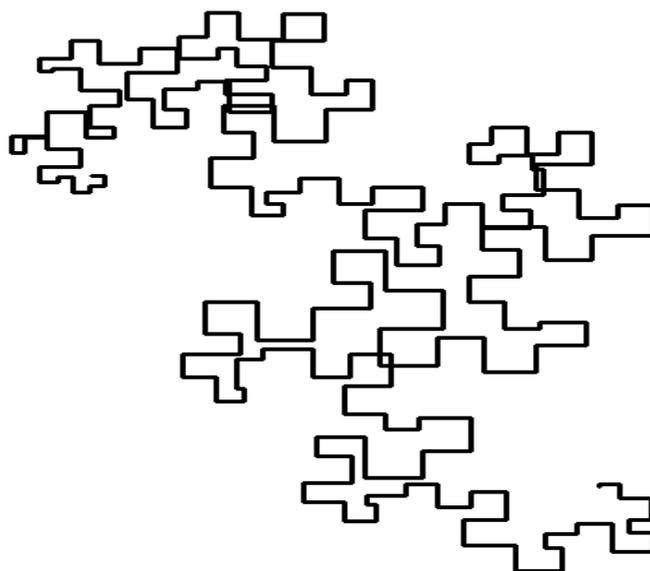


Рис. 4. Реализация конструктора Ω_4 стохастического фрактала «дракон Хартера – Хейтуэя»

Таким образом, конструктивно-продукционный подход к задачам моделирования позволяет формировать линейные геометрические фракталы путем преобразований двух параметрических семейств конструкторов:

$$C_S \mapsto C_L \mapsto \begin{cases} C_{MS}(B, P, n), C_A \mapsto C_{A,MS} \mapsto \Omega_i(C_{MS}) \\ C_{GF}(\Omega_i(C_{MS}), M_x, dM_x, D_x, \alpha, m) \mapsto C_{B,GF} \mapsto \Omega_i(C_{GF}). \end{cases} \quad (13)$$

Компьютерная программа

Разработанный программный инструмент на языке программирования Python 2.7 в полной мере реализует возможности представленных моделей. На рис. 5. представлен скриншот главного окна программы.

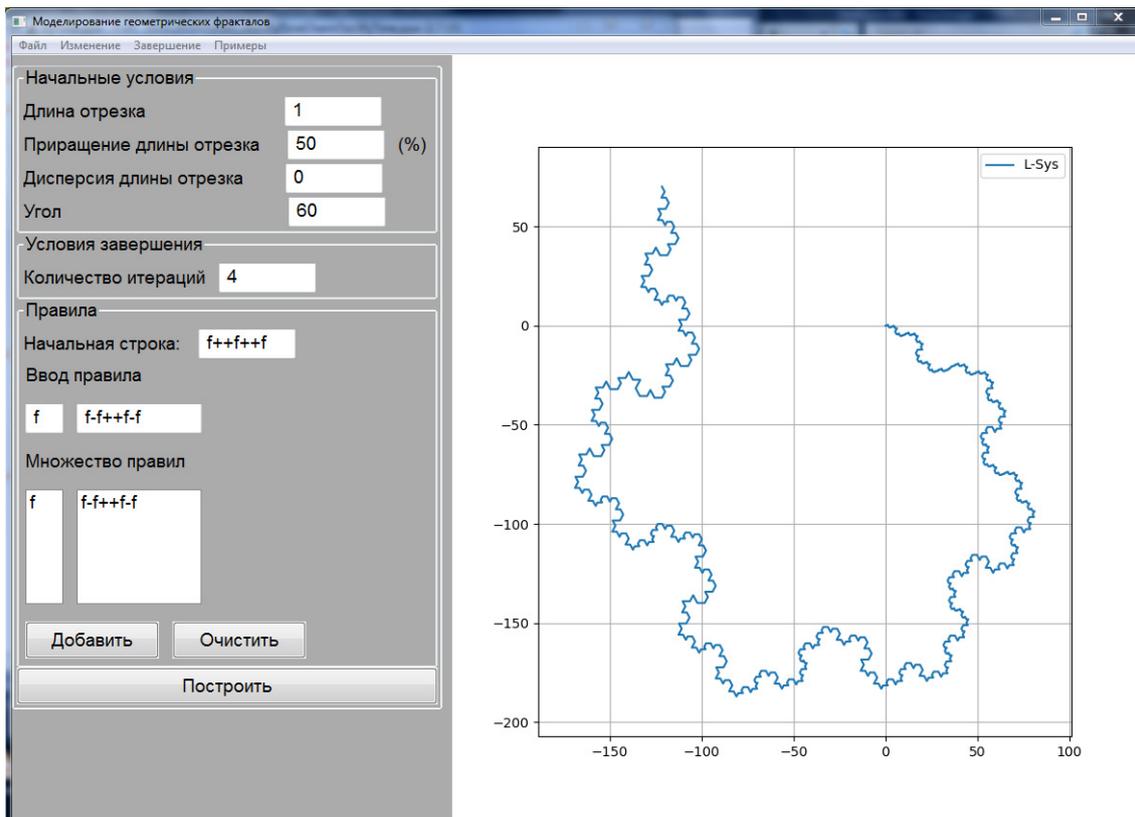


Рис .5. Скриншот главного окна программы моделирования линейных геометрических фракталов

Варьируя количеством и содержанием правил подстановки, количеством итераций (параметрами системы конструкторов $C_{A,MS}$), значениями и изменениями длины отрезков, углом поворота (параметрами системы конструкторов $C_{B,GF}$), исследователь получает широкие возможности моделирования линейных плоских геометрических фракталов.

Предусмотрена возможность формирования известных фракталов: «Снежинка Коха», «Кривая Коха», «Кривая Серпинского», «Дракон Хартера – Хейтвея», «Ледяной узор», «Фрактальные треугольники», воспользовавшись меню «Примеры».

Результаты

Разработано семейство параметрических конструкторов формирования мультисимвольных фракталов и связанное с ним семейство параметрических конструкторов-преобразователей мультисимвольных в линейные плоские геометрические фракталы. Оба семейства базируются на идеях L-систем.

Процесс формирования фракталов с различной элементной базой построен таким образом, что на основе разбора (анализа) одних из них формируются другие. Явным образом устанавливается связь между ними.

Авторами разработана программа, реализующая представленные в данной работе семейства параметрических конструкторов.

Заключение

В работе получил дальнейшее развитие конструктивно-продукционный подход формализации конструкций и конструктивных процессов, допускающих их определение и моделирование. Представленный в статье подход к моделированию процессов на основе обобщенного конструктора позволяет эффективно и просто строить детерминированные и

стохастические линейные геометрические фракталы на базе продукционных L – систем.

Предложенная вариативность на основе семейства параметрических конструкторов позволяет формализовать взаимнооднозначное соответствие между конструкциями и различной природы, что открывает новые возможности их изучения.

Разработанный формализм, в совокупности с другими работами по конструктивно-продукционному моделированию, позволяет создавать более универсальные программные средства конструирования и оптимизации конструкций и конструктивных процессов различной природы.

Дальнейшая работа

Ведется работа по установлению соответствия между мультисимвольными, геометрическими фракталами и фрактальными временными рядами и расширением возможностей программных средств.

Благодарности

Статья публикуется с частичной поддержкой ITHEA ISS (www.ithea.org) и ADUIS (www.aduis.com.ua).

The paper is published with partial support by the ITHEA ISS (www.ithea.org) and the ADUIS (www.aduis.com.ua).

Литература

- [Camps-Raga, 2010] Camps-Raga B., Islam N. E. Optimized simulation algorithms for fractal simulation and analysis. Progress In Electromagnetics Research M. Vol. 11, 2010. - P. 225 -240.
- [Chiu, 2006] Chiu W.K., Yeung, Y.C., Yu, K.M. Toolpath generation for layer manufacturing of fractal objects. Rapid Prototyping Journal. Vol. 12, № 4, 2006. P. 214 – 221.
- [Lindenmayer, 1968] Lindenmayer A. Mathematical models for cellular interaction in development. Parts I and II. Journal of Theoretical Biology. V. 18, 1968. P. 280 - 315.
- [Kravchenko, 2017] Kravchenko G. Modeling the External Structure of a Fractals. IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science, 2017, doi.10.1088/1755-1315/90/1/012100.
- [Mandelbrot, 1982] Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature. San Francisco, 1982. 462 p.
- [Peitgen, 2004] Peitgen H.- O., Jurgens H., Saupe D. Chaos and Fractals. N.Y.: Springer, 2004, 864 p.
- [Shynkarenko, 2009] Shynkarenko V.I., Ilman V.M., Skalozub V.V. Structural models of algorithms in problems of applied programming. I. Formal algorithmic structures. Cybernetics and Systems Analysis, Vol. 45, No 3. Springer, 2009. pp 329-339. ISSN: 1060-0396 (Print) 1573-8337 (Online), doi: org/10.1007/s10559-009-9118-0 <https://link.springer.com/article/10.1007/s10559-009-9118-0>
- [Shynkarenko, 2014] Shynkarenko V.I., Ilman V.M. Constructive-Synthesizing Structures and Their Grammatical Interpretations. Part I. Generalized Formal Constructive-Synthesizing Structure. Cybernetics and Systems Analysis, Vol. 50, No 5. Springer, 2014. P. 665 – 662. Part II. Refining Transformations. – Vol. 50, No 6, 2014. P. 829 – 841. ISSN: 1060-0396 (Print) 1573-8337 (Online), doi: 10.1007/s10559-014-9655-z,

<https://link.springer.com/article/10.1007/s10559-014-9655-z>, doi: 10.1007/s10559-014-9674-9, <https://link.springer.com/article/10.1007/s10559-014-9674-9>

[Shynkarenko, 2015] Shynkarenko V.I., Vasetska T.M. Modeling the Adaptation of Compression Algorithms by Means of Constructive-Synthesizing Structures. Cybernetics and Systems Analysis, Vol. 51, No 6. Springer, 2015. P. 849-861. doi: 10.1007/s10559-015-9778-x <https://link.springer.com/article/10.1007/s10559-015-9778-x>

[Zhou, 1995] Zhou Jack G.; Leu M. C.; Blackmore D.: Fractal Geometry Modeling with Applications in Surface Characterization and Wear Prediction. / International Journal of Machine Tools & Manufacture. Vol. 35, No. 2, 1995. P. 203-209.

[Zhou, 2010] Zhou J., Vas A., Blackmore D. Fractal geometry surface modeling and measurement for musical cymbal surface texture design and rapid manufacturing. – Режим доступа: <https://www.researchgate.net/publication/250330003>.

[Безносюк, 2002] Безносюк С.А., Лерх Я.В., Жуковская Т.М. Компьютерное моделирование самоорганизации фрактальных кластерных нанодендритов. Ползуновский вестник, 2002. С. 160 - 166.

[Божокин, 2001] Божокин С.В., Паршин Д.А. Фракталы и мультифракталы. М., Ижевск: НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2001. 128 с.

[Кравченко, 2016] Кравченко Г.М., Васильев С.Э., Пуданова Л.И. Моделирование фракталов. Инженерный вестник Дона. №4, 2016. - Режим доступа: <https://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2016/3930>.

[Кроновер, 2000] Кроновер Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. М.: Постмаркет, 2000. 352 с.

[Помулев, 2002] Помулев В.В., Михалев А. И., Бондаренко Я. С., Деревянко А. И Моделирование и фрактальная параметризация дендритов нейронов. Адаптивные системы автоматического управления, №5(25), 2002. С. 160 - 166. ISSN 1560-8956

- [Слюсар, 2007] Слюсар В. Фрактальные антенны – принципиально новый тип ломаных антенн. Электроника: Наука, Технология, Бизнес. № 5, 2007. С.78 - 83. - Режим доступа: https://www.elektronics.ru/files/article_pdf/0/article_611_312.pdf.
- [Федер,1991] Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991. 262 с.
- [Шелухин, 2008] Шелухин О.И., Осин А.В., Смольский С.М. Самоподобие и фракталы. Телекоммуникационные приложения. М. Физматлит, 2008. 365 с.
- [Шелухин, 2011] Шелухин О.И. Мультифракталы. Инфокоммуникационные приложения. М. Горячая линия – Телеком, 2011. 576 с.
- [Шинкаренко и Васецкая, 2016] Шинкаренко В. И., Васецкая Т. Н. Моделирование процесса ранжирования альтернатив методом анализа иерархий средствами конструктивно-продукционных структур. Математические машины и системы. № 1, 2016. С. 39-47. ISSN 1028-9763
- [Шинкаренко и Забула, 2016] Шинкаренко В. И., Забула Г. В. Конструктивная модель адаптации структур данных в оперативной памяти. ЧАСТЬ I. Конструирование текстов программ. Наука и прогресс транспорта. № 1 (61), 2016. С. 109-121.; ЧАСТЬ II. Конструкторы сценариев и процессов адаптации. № 2 (62), 2016. С. 88-97. ISSN 2307-6666
- [Шинкаренко и Куропятник, 2016] Шинкаренко В. И., Куропятник Е. С. Конструктивно-продукционная модель графового представления текста. Проблемы программирования. № 2-3, 2016. С. 63-72. ISSN 1727- 4907, <http://dspace.nbuu.gov.ua/bitstream/handle/123456789/126391/07-Shinkarenko.pdf?sequence=1>

Информация об авторах



Виктор Шинкаренко – д.т.н., профессор, зав. кафедрой «Компьютерные информационные технологии» Днепропетровского национального университета железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна; ул. Лазаряна, 2, 49010, Днепр, Украина;

e-mail: shinkarenko_vi@ua.fm

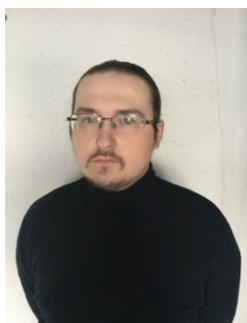
Основные области научных исследований: конструктивно-производственное моделирование, качество программного обеспечения, искусственный интеллект.



Константин Литвиненко – к.т.н., доцент кафедры «Компьютерные информационные технологии» Днепропетровского национального университета железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна; ул. Лазаряна, 2, 49010, Днепр, Украина;

e-mail: kosta1111973@gmail.com

Основные области научных исследований: конструктивно-производственное моделирование, симметрия в задачах оптимизации, моделирование рисков сложных систем



Роберт Чигирь – студент Днепропетровского национального университета железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна; ул. Лазаряна, 2, 49010, Днепр, Украина;

e-mail: kosta1111973@gmail.com

Основные области научных исследований: геометрические фракталы, фрактальные временные ряды

Constructive compliance of multicharacter and linear geometric fractals

Viktor Shynkarenko, Kostiantyn Lytvynenko, Robert Chyhir

Abstract: *The paradigm of a constructive conception of the surrounding world is based on the thesis that the whole world consists of constructions and constructive processes. Certain constructions are transformed into others by means of constructive processes. There may be an explicit or implicit compliance between constructions of different nature. In this paper, the constructive-synthesizing approach to fractal modeling allows us to set up a correspondence between multicharacter and linear flat geometric determined and stochastic fractals. This expands the possibilities of constructing the latter in order to study their properties, as well as our ability to model real-world objects. Means of constructive-synthesizing modeling developed into the form of a family of parametric designers that allows to vary the capabilities of designers solidly.*

Keywords: *constructive-synthesizing modelling, designer, fractal, stochastic fractals, L-system, specialization, interpretation, specification, implementation.*

TABLE OF CONTENT

Формализация процесса проектирования проблемно-ориентированных устройств на базе FPGA

Владимир Опанасенко, Сергей Крывый, Станислав Завьялов 3

Альтернативные методы анализа и принятия решений в условиях неопределенности на основе тензорных декомпозиций

Юрий Минаев, Николай Гузий, Оксана Филимонова, Юлия Минаева 17

Машинное обучение и онтологии как два подхода к построению интеллектуальных систем

Андрей Михайлюк, Николай Петренко 55

Конструктивное соответствие мультисимвольных и линейных геометрических фракталов

Виктор Шинкаренко, Константин Литвиненко, Роберт Чигирь 76

Table of content 100