ФОРМИРОВАНИЕ ОБУЧАЮЩИХ ВЫБОРОК ДЛЯ СИНТЕЗА АДАПТИВНОЙ ЛОГИЧЕСКОЙ СЕТИ ТИПА «ТРАПЕЦЕИДАЛЬНАЯ МАТРИЦА»

Владимир Опанасенко, Сергей Крывый, Станислав Завьялов

Аннотация: *Рассматривается задача формирования обучающих выборок адаптивной логической сети типа «трапецеидальная матрица» на основе универсальных логических элементов для реализации задачи классификации входного множества двоичных векторов. Трапецеидальная матрица представлена набором треугольных матриц с разными структурами связей.*

Ключевые слова: *адаптивная логическая сеть, булева функция, обучающая выборка, трапецеидальная матрица.*

ITHEA Keywords: *I.5 Pattern Recognition.*

Введение

Для задач распознавания образов [Opanasenko, 17] важным этапом является процедура классификации произвольного входного множества двоичных векторов на заданных структурах. В данной работе такими структурами являются *адаптивные логические сети (АЛС),* которые позволяют адаптировать структуры под заданный алгоритм функционирования [Opanasenko, 16A]. Использование кристаллов FPGA, представленных функциональным полем универсальных логических элементов (ЛЭ), позволило решить вопросы аппаратной реализации алгоритмов классификации путем определения конфигурации соответствующей структуры кристалла [Palagin, 17].

С точки зрения топологии системы АЛС представляет собой матрицу ЛЭ. *Универсальным ЛЭ* будем называть комбинационный автомат [Опанасенко, 14]:

$$L = \langle n, F \rangle \ ,$$

где: n – количество двоичных входов или размерность входных переменных ЛЭ;

$F = \{f_{\rho}\},\ \rho = [1 \div 2^{2^n}]$ – множество булевых функций, реализуемых ЛЭ.

Универсальность ЛЭ заключается в возможности его настройки на реализацию произвольной булевой функции. Для случая $(n = 2)$ ЛЭ реализует одну из 16 логических функций, представляющих полный (базовый) набор функций двух переменных.

Введем некоторые определения.

Вектор – упорядоченное множество элементов, которые называются компонентами вектора. Число компонент вектора определяет его длину (размерность).

Обобщенная структура АЛС представлена на рис. 1.

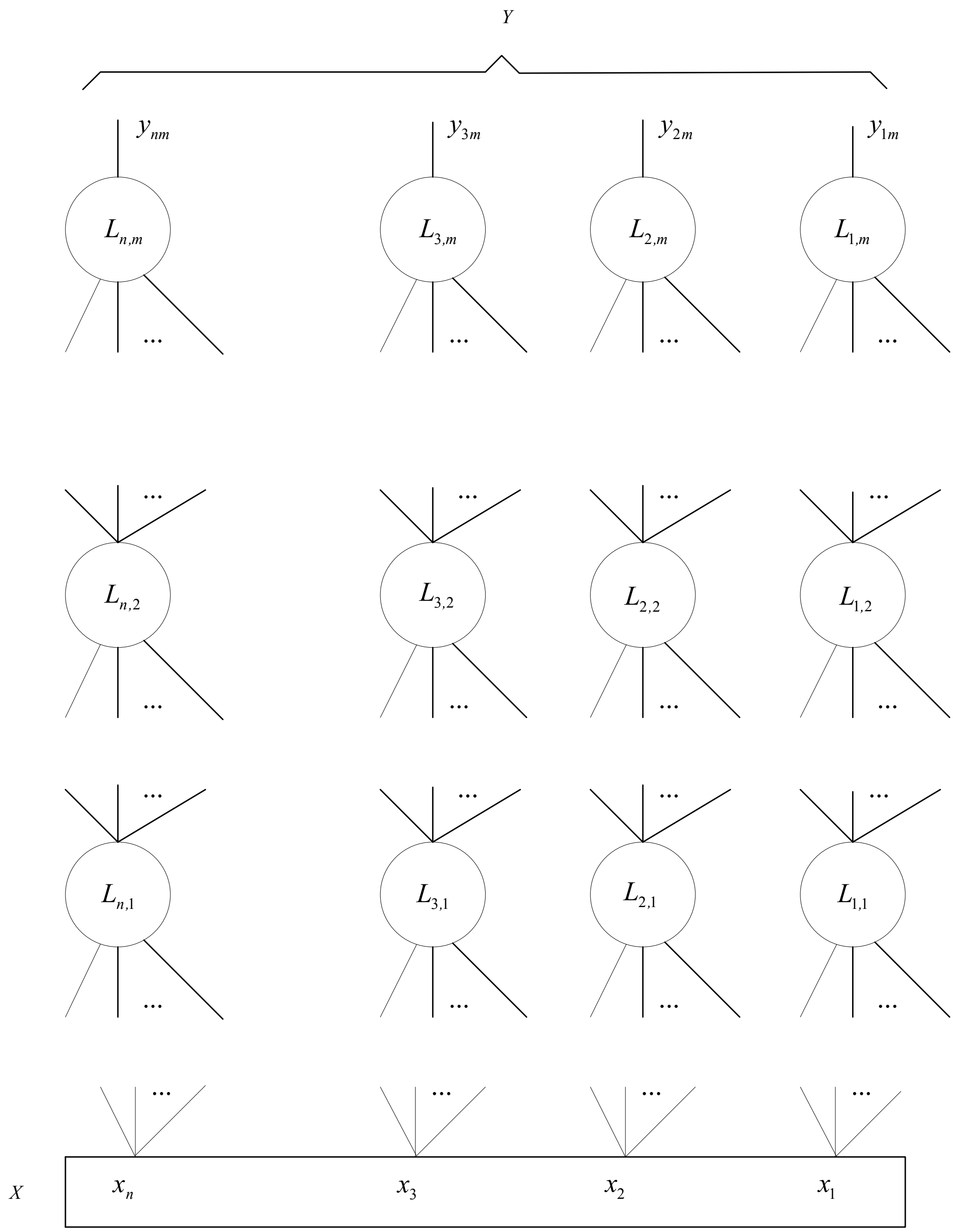

Рис. 1. Топология адаптивной логической сети

Структура АЛС может быть описана следующей системой:

$$A = \langle n, h, F, S, L, m, D, X, Y \rangle, \quad (1)$$

где:

n – разрядность входных двоичных векторов (размерность АЛС по входу);

h – выходная разрядность ($h = \overline{1 \div n}$), размерность АЛС по выходу;

$F = \{ F_{ij} \}$ – множество логических функций системы;

S – структура связей между ЛЭ;

$L = \{ L_{ij} \}$ – множество ЛЭ (i – порядковый номер элемента ЛЭ; j – номер уровня обработки);

m – количество уровней обработки;

$D = \{ d \}$ – множество n –мерных двоичных векторов (обучающая выборка);

X – полное множество входных двоичных векторов;

$Y = \{ Y_{ij} \}$ – обобщенная функция системы, $Y_{ij} = f_{ij}(Y_{v,(j-1)}, Y_{w,(j-1)})$ – значение функции f_{ij}, реализуемой элементом L_{ij}, $Y \in [0 \vee 1]$, структура которого приведена на рис. 2 (v , w – значение индекса i для входов ЛЭ).

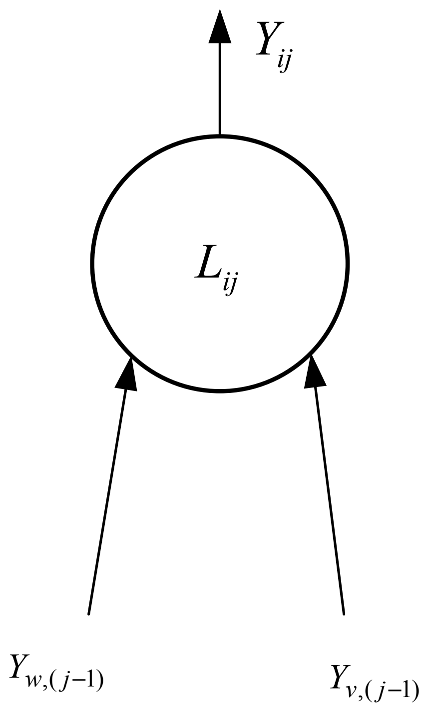

Рис. 2. Структура универсального ЛЭ

Каждый уровень АЛС представляет линейку ρ–входовых ЛЭ, каждый из которых может быть настроен на выполнение любой из полного набора ($2^{2^{\rho}}$) булевых функций его входных переменных и реализует отображения l–мерных $(l \le n)$ двоичных векторов в u–мерные $(l \ge u)$ двоичные вектора.

Ограничимся рассмотрением двух типов АЛС, различаемых по топологическому признаку:

♦ структура типа *«треугольная матрица»* (ТМ), для которой $h = 1$;

♦ структура типа *«трапецеидальная матрица»* (ТпМ), для которой ($h = \overline{2 \div (n-1)}$), т.е. состоит из набора ТМ.

Задача синтеза логической сети сводится к задаче определения типов булевых функций для всех ЛЭ сети для заданной топологии сети по заданной обучающей выборке.

1. Структуры типа «треугольная матрица» (ТМ)

Функциональный блок типа ТМ предназначен для разбиения полного множества n–разрядных векторов X на два подмножества векторов X_1 и X_2, заданных посредством обучающих выборок D_1 и D_2 ($X_1 \bigcup X_2 = X; X_1 \bigcap X_2 = \varnothing$; $D_1 \subseteq X_1, D_2 \subseteq X_2$) [Opanasenko-16-2]. ТМ реализует отображение $\Im : X \to Y$, $Y \in [0 \vee 1]$, такое что $\Im : X_1 \to 1$, $\Im : X_2 \to 0$ с учетом выполнения требуемых условий.

Задача настройки (адаптации) ТМ формулируется следующим образом. Пусть имеется полное множество n–мерных двоичных векторов $X = \{x_p\}$, где $p = 1 \div 2^n$. Задано подмножество $D \subset X$, которое является обучающей выборкой для алгоритма классификации. Для произвольного входного множества n–мерных двоичных векторов $G = \{g\}$, $(G \subset X)$ необходимо реализовать следующее отображение:

$$Y(g) = \begin{cases} 1, \ если \ g \in D; \\ 0, \ если \ g \notin D. \end{cases} \tag{2}$$

В общем случае задача адаптации структуры ТМ на реализацию функции (2) сводится к задаче построения универсального логического элемента произвольной разрядности на основе ЛЭ фиксированной разрядности и состоит в определении структуры связей S и типов логических функций f_{ij} для этих ЛЭ, что в совокупности реализует отображение $\Psi : X \to Y$. Для определения множества логических функций $F = \{f_{ij}\}$ можно использовать известные подходы [Opanasenko, 15,16A], использующие полиномы Жегалкина для структурного описания ТМ. В зависимости от структуры связей S в соответствии с (1) введем следующие определения типов структур ТМ.

ТМ с логарифмической структурой связи

Структура ТМ (рис. 3) с логарифмической структурой связи (ЛСС) имеет следующие характеристики ($n = 8$):

$$m = Ent\left\{\log_2 n\right\};\ j = 1 \div \log_2 n,\ i = 1 \div (n/2^j);$$

$$w = \left(n/2^{j-1}\right)^{i+1};\ v = \left(n/2^{j-1}\right)^i;\ Card\left\{L_{ij}\right\} = (n-1).$$

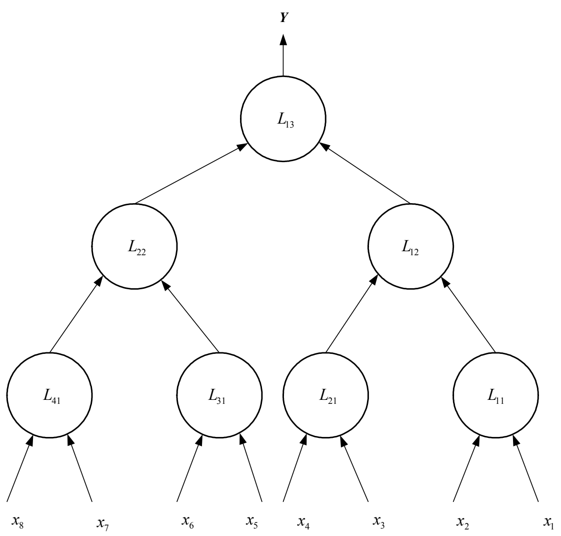

Рис. 3. Структура ТМ с логарифмической структурой связи

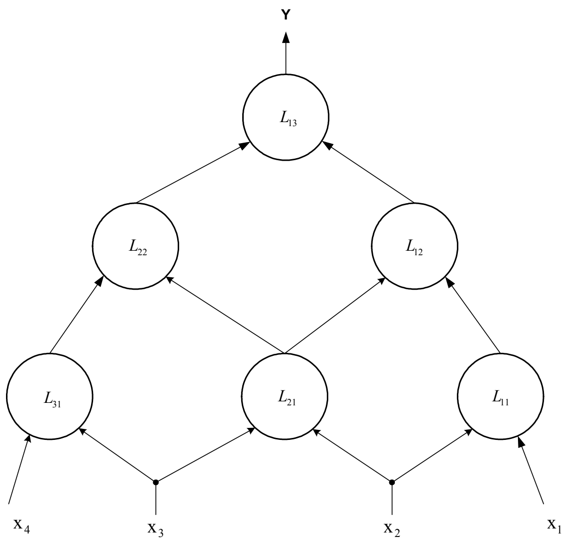

Рис. 4. Структура ТМ с сотовой структурой связи

ТМ с сотовой структурой связи

Структура ТМ (рис. 4) с сотовой структурой связи имеет следующие характеристики ($n = 4$):

$$m = (n-1);\ j = 1 \div (n-1), i = 1 \div (n-j);\ v = i, w = (i+1);\ Card\left\{L_{ij}\right\} = (n^2 - n)/2.$$

2. Структуры типа «трапецеидальная матрица»

Для разбиения произвольного множества двоичных векторов на более чем два подмножества требуется выполнить усечение матрицы ТМ, глубина которого определяется числом разделяемых подмножеств. В результате получаем «трапецеидальную матрицу» (ТпМ) [Opanasenko, 16C].

Рассмотрим далее синтез параметрического модуля в виде ТпМ для реализации задачи классификации или разбиения множества входных двоичных векторов на более чем два подмножества на основе универсальных ЛЭ. Структурно ТпМ состоит из z пересекающихся составных ТМ и имеет n входов и h выходов. Для каждой ТМ необходимо определить свою обучающую выборку, которая будет напрямую зависеть от топологии матрицы.

Архитектура ТпМ описывается системой (1), где:

$D=\left\{ D^{\gamma} \right\}$ – множество прообразов ($\bigcap_{\gamma} D^{\gamma}=\varnothing$, $\forall \gamma=1\div k$), в котором каждый прообраз $D^{\gamma}=\left\{ D_{\sigma}^{\gamma} \right\}$ задан множеством двоичных векторов D_{σ}^{γ} ($\forall \sigma=1\div \phi_{\gamma}$, где:

ϕ_{γ} – мощность множества D_{σ}^{γ}). Вектор $D_{\sigma}^{\gamma}=(d_{\sigma,i}^{\gamma})$ является n–мерным двоичным вектором ($i=1\div n;\ d_{\sigma,i}^{\gamma}\in\left\{ 0,1 \right\}$) ;

h – выходная размерность ТпМ (разрядность выходных двоичных векторов $y\in Y$), которая определяется величиной $h=(Ent\left\{ \log_2 k \right\}+1)$, так как входные векторы, не относящиеся к γ–му образу, объединяются в одно кодовое представление.

Множеству двоичных векторов D_{σ}^{γ} прообраза D^{γ} ставится в соответствие образ G^{γ} ($\bigcap_{\gamma} G^{\gamma}=\varnothing$). Образ $G^{\gamma}=(g_z^{\gamma})$ представляется двоичным вектором ($z=1\div h$). Каждому образу G^{γ} соответствует заданный выходной двоичный вектор $Y^{\gamma}=\left(y_z^{\gamma} \right)$, ($\bigcap_{\gamma} Y^{\gamma}=\varnothing$, $Y^{\gamma}\in Y$).

Сформулируем постановку задачи классификации для ТпМ.

Необходимо реализовать посредством структуры ТпМ отображение $\Re : D\to G$ $(G^{\gamma}=\Im(D^{\gamma}))$.

Выходами ТпМ является двоичный вектор y_z , причем $\forall\gamma\ \Re : D^{\gamma}\to Y^{\gamma}$.

Таким образом, алгоритм решения задачи классификации разбивается на следующие шаги:

– разбить ТпМ на z составляющих ТМ;

– для каждой ТМ определить множество обучающих выборок;

– на основе анализа обучающих выборок и соответствующих значений компонент выходного двоичного вектора выполнить синтез ТМ (определить множество логических функций для ЛЭ, которые в совокупности реализуют поставленную задачу классификации).

Представим обучающую выборку (прообраз) D^{γ} в виде матрицы: $D^{\gamma}=\left\| d_{\sigma,i}^{\gamma} \right\|$ или

$$D^{\gamma}=\begin{Vmatrix} d_{1,n}^{\gamma} & \dots & d_{1,i}^{\gamma} & \dots & d_{1,2}^{\gamma} & d_{1,1}^{\gamma} \\ d_{2,n}^{\gamma} & \dots & d_{2,i}^{\gamma} & \dots & d_{2,2}^{\gamma} & d_{2,1}^{\gamma} \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ d_{\sigma,n}^{\gamma} & \dots & d_{\sigma,i}^{\gamma} & \dots & d_{\sigma,2}^{\gamma} & d_{\sigma,1}^{\gamma} \end{Vmatrix}. \qquad (3)$$

В связи с тем, что при представлении двоичного вектора предполагается нумерация индекса i справа–налево (в сторону старших двоичных компонент вектора), то, в отличие от общепринятого представления матрицы, столбцы матрицы D^{γ} нумеруются справа–налево (в сторону старших значений индекса столбца).

Таким образом, в общем случае мы имеем k матриц D^{γ}, содержащих одинаковое количество столбцов, определяемое размерностью двоичных векторов обучающей выборки, и переменное количество строк, определяющее мощность γ–ой выборки.

При разбиении ТпМ на составляющие ТМ, каждая z–ая ТМ будет оперировать с i–ми $(i = i_1(z) \div i_2(z))$ компонентами входных двоичных векторов, где $i_1(z)$ и $i_2(z)$ – соответственно верхняя и нижняя границы значений индекса i для z–ой ТМ при произвольной структуре связей ЛЭ. Представим обучающую выборку (матрицу (3)) в общем виде для произвольной z–ой ТМ ($D_z = \{D_z^{\gamma}\}$):

$$D_z^{\gamma} = \begin{Vmatrix} d^{\gamma}_{1,i_2(z)} & d^{\gamma}_{1,(i_2(z)-1)} & \dots & d^{\gamma}_{1,i} & \dots & d^{\gamma}_{1,i_1(z)} \\ d^{\gamma}_{2,i_2(z)} & d^{\gamma}_{2,(i_2(z)-1)} & \dots & d^{\gamma}_{2,i} & \dots & d^{\gamma}_{2,i_1(z)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d^{\gamma}_{\sigma,i_2(z)} & d^{\gamma}_{\sigma,(i_2(z)-1)} & \dots & d^{\gamma}_{\sigma,i} & \dots & d^{\gamma}_{\sigma,i_1(z)} \end{Vmatrix}. \tag{4}$$

При этом обучающая выборка D_z для z–ой ТМ формируется на основе матриц (4) по правилам:

$$D_z = \bigcup_{\gamma} D_z^{\gamma} = \bigcup_{\gamma,\sigma} (d^{\gamma}_{\sigma,i} / i = i_1(z) \div i_2(z)), \tag{5}$$

$$Card\,(D_z) \le \sum_{\gamma} (Card\,(D_z^{\gamma})). \tag{6}$$

С учетом (5),(6), матрицу (4) представим в виде

$$D_z = \begin{Vmatrix} d_{1,i_2(z)} & d_{1,(i_2(z)-1)} & \dots & d_{1,i} & \dots & d_{1,i_1(z)} \\ d_{2,i_2(z)} & d_{2,(i_2(z)-1)} & \dots & d_{2,i} & \dots & d_{2,i_1(z)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ d_{\sigma,i_2(z)} & d_{\sigma,(i_2(z)-1)} & \dots & d_{\sigma,i} & \dots & d_{\sigma,i_1(z)} \end{Vmatrix}. \quad (7)$$

При этом, $\sigma = 1 \div \phi_z$, где $\phi_z = \sum_{\gamma} \phi_\gamma$.

Объединение множеств (обучающих выборок D_z^γ) в (5) выполняется для γ–ых множеств, удовлетворяющих условию

$$\bigcup_{\gamma} g_z^\gamma = 1. \quad (8)$$

ТпМ представляется совокупностью ТМ, выходом каждой из которых является компонента y_z вектора Y, а на вход поступают компоненты с индексом i $(i = i_1(z) \div i_2(z))$ входного двоичного вектора x_z. Z–ая ТМ реализует преобразование $\Re_z : (x_z) \to y_z$. ТМ реализует разбиение произвольного множества двоичных векторов $X = (x_z)$ на два подмножества при заданном множестве прообразов $D_z \subset X_z$ (D_z – обучающая выборка). Таким образом, выход y_z определяется следующим образом:

$$\mathrm{y_z} = \begin{cases} 1, \textit{если } x_z \in D_z; \\ 0, \textit{в противном случае.} \end{cases} \quad (9)$$

2.1. ТпМ с сотовой структурой связи

ТпМ с сотовой структурой связи, в соответствие с (3.1), характеризуется следующими параметрами:

– количество уровней (m) определяется величиной ($m = n - h$);

– количество входов (двоичных) z–ой ТМ определяется величиной ($n - h + 1$);

– $v = i, w = (i+1)$;

– количество пересекаемых ТМ определяется значением величины $\delta = (h - m) = (2h - n)$ и представляется рядом: 2, 3, …, R ($R = h$, если $\delta \le 0$ и $R = (h - \delta)$, если $\delta > 0$);

– количество уровней ($j = 1 \div s$) в ТпМ, имеющих логические элементы $L_{i,j}$, которые принадлежат одновременно всем ТМ, определяется значением δ:

если $\delta \le 0$, то $s = \left| \delta \right| + 1$; если $\delta > 0$, то $s = \delta$;

– количество ЛЭ на j –ом уровне ТпМ определяется величиной $N_j = (n - j)$. Общее число ЛЭ в ТпМ равно $N = (n + h - 1)(n - h) / 2$;

– индексы (i) элементов входного вектора z –ой ТМ находятся в диапазоне ($i_1(z) = z;\ i_2(z) = (z + n - h)$).

При разбиении ТпМ на составляющие ТМ каждая z –ая ТМ будет оперировать с i –ми ($i = z \div (z + n - h)$) компонентами входных двоичных векторов. Поэтому представим матрицу (3) в общем виде для произвольной z –ой ТМ ($D_z = \left\{ D_z^\gamma \right\}$):

$$D_z^\gamma = \left\| \begin{matrix} d^\gamma_{1,(z+n-h)} & d^\gamma_{1,(z+n-h-1)} & \dots & d^\gamma_{1,i} & \dots & d^\gamma_{1,z} \\ d^\gamma_{2,(z+n-h)} & d^\gamma_{2,(z+n-h-1)} & \dots & d^\gamma_{2,i} & \dots & d^\gamma_{2,z} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ d^\gamma_{\sigma,(z+n-h)} & d^\gamma_{\sigma,(z+n-h-1)} & \dots & d^\gamma_{\sigma,i} & \dots & d^\gamma_{\sigma,z} \end{matrix} \right\|. \tag{10}$$

Обучающая выборка (8) для z –ой ТМ формируется на основе матриц (10) по правилам (5, 6) и имеет вид:

$$D_z = \left\| \begin{matrix} d_{1,(z+n-h)} & d_{1,(z+n-h-1)} & \dots & d_{1,i} & \dots & d_{1,z} \\ d_{2,(z+n-h)} & d_{2,(z+n-h-1)} & \dots & d_{2,i} & \dots & d_{2,z} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ d_{\sigma,(z+n-h)} & d_{\sigma,(z+n-h-1)} & \dots & d_{\sigma,i} & \dots & d_{\sigma,z} \end{matrix} \right\|. \tag{11}$$

Объединение множеств (обучающих выборок D_z^γ) в (11) выполняется для γ–ых множеств, удовлетворяющих условию (8). Для произвольного входного двоичного вектора выход y_z определяется выражением (9).

Для трапецеидальной ТМ с сотовой структурой связи каждый логический элемент $L_{i,j}$ необходимо настроить на одну из логических функций множества $F = \left\{ f_{ij} \right\}$. ТпМ представляется множеством пересекаемых ТМ, поэтому логические элементы $L_{i,j}$ с одинаковыми индексами (i) для m –го уровня, принадлежащие одновременно двум и более ТМ должны настраиваться на один и тот же тип логической функции.

Логический элемент $L_{i,j}$ в общем виде для j–го уровня ТпМ будет иметь значения индекса i для z–ой ТМ в диапазоне – ($z \le i \le (z+m-j)$).

Таким образом, принадлежность логического элемента $L_{i,j}$ к z–ой ТМ будет определяться корректностью ограничения вида:

$$0 \le (i-z) \le (m-j).$$

При определении типов логических функций для ТпМ последовательно определяются типы логических функций для каждой z–ой ТМ с учетом пересечений ЛЭ.

Пример 1. Рассмотрим описание ТпМ с сотовой структурой связи для $n=5$, $h=2$ (рис. 5). В качестве обучающей выборки имеется три множества прообразов:

$$D^1 = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{Vmatrix}; \; D^2 = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{Vmatrix}; \; D^3 = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix}.$$

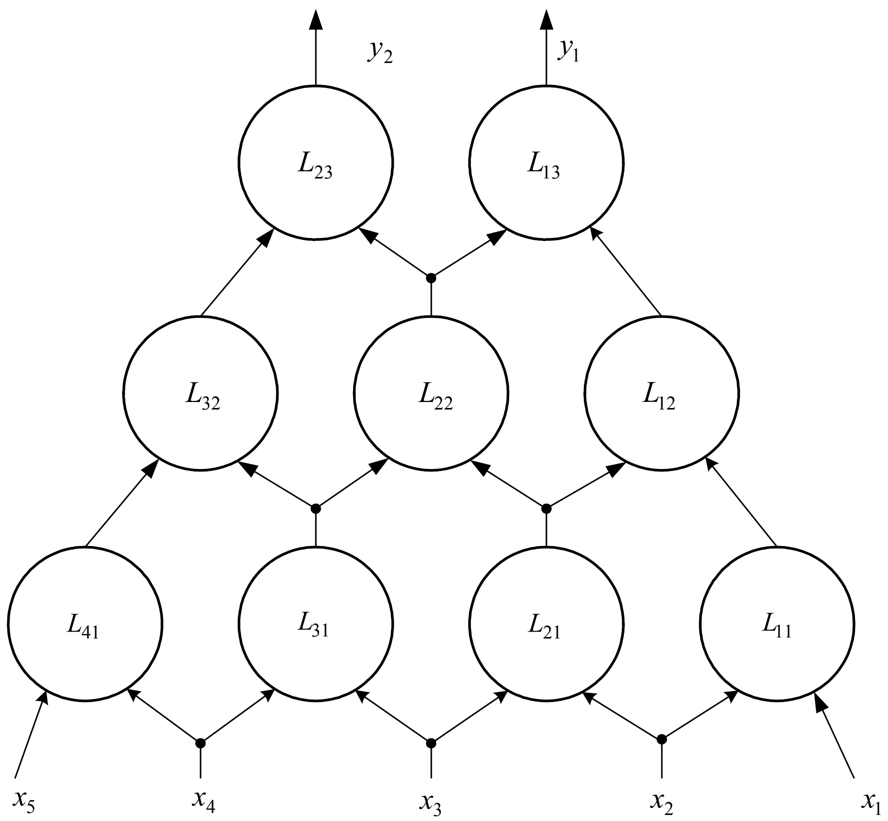

Рис. 5. ТпМ с сотовой структурой связи

Пусть образы G кодируются следующим образом:

$G^{\gamma} = \{ g_z^{\gamma} \}$.

$G^1 = \{ g_1^1 = 1, g_2^1 = 0 \}$; $G^1 = \{ 1, 0 \}$; $y_1 = 1$; $y_2 = 0$.

$G^2 = \{ g_1^2 = 0, g_2^2 = 1 \}$; $G^2 = \{ 0, 1 \}$; $y_1 = 0$; $y_2 = 1$.

$G^3 = \{ g_1^3 = 1, g_2^3 = 1 \}$; $G^3 = \{ 1, 1 \}$; $y_1 = 1$; $y_2 = 1$.

Так как мы имеем две ТМ, то каждая из них оперирует своими обучающими выборками.
Первая ТМ оперирует компонентами входного вектора, имеющего значения индекса (i) от 1 до 4:

$$D_1^1 = \begin{Vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{Vmatrix}; \; D_1^2 = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{Vmatrix}; \; D_1^3 = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix}.$$

Вторая ТМ оперирует компонентами входного вектора, имеющего значения индекса (i) от 2 до 5:

$$D_2^1 = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{Vmatrix}; \; D_2^2 = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{Vmatrix}; \; D_2^3 = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{Vmatrix}.$$

На основе матриц D_z^{γ} по правилам (5), (6) формируются обучающие выборки для первой и второй ТМ.
Для первой ТМ, с учетом $g_1^1 = g_1^3 = 1$, объединяем D_1^1 и D_1^3:

$$D_1 = \begin{Vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{Vmatrix}.$$

Для второй ТМ, с учетом $g_2^2 = g_2^3 = 1$, объединяем D_2^2 и D_2^3:

$$D_2 = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{Vmatrix}.$$

Алгоритмы синтеза ТМ подробно рассмотрены в [Opanasenko, 15].

2.2. ТпМ с логарифмической структурой связи

Если ТпМ имеет логарифмическую структуру связи, то пересечение составных ТМ отсутствуют и составные ТМ реализуют преобразование данных независимо, а ТпМ описывается следующими параметрами:

– количество уровней (m) определяется величиной:

$$m = \log_2 n - \log_2 h = \log_2 (n / h);$$

– количество входов (двоичных) z –ой ТМ определяется величиной $k = 2^m$;

– структура связей определяется значениями

$$v = \left(n/2^{j-1}\right)^i; \; w = \left(n/2^{j-1}\right)^{i+1};$$

– количество ЛЭ на j –м уровне ТпМ определяется величиной $N_j = n/(2^j)$, а общее число ЛЭ для ТпМ с логарифмической структурой связи равно $N = (n-h)$;

– z –я ТМ оперирует с i –ми информационными компонентами (разрядами) n –мерного входного вектора – $i_1(z) = ((z-1)\times 2^m + 1)$, $i_2(z) = (z \times 2^m)$.

Представим обучающую выборку (матрицу (4)) в общем виде для произвольной z –й ТМ ($D_z = \left\{ D_z^{\gamma} \right\}$) с логарифмической структурой связи:

$$D_z^{\gamma} = \begin{Vmatrix} d^{\gamma}_{1,((z)2^m)} & d^{\gamma}_{1,((z)2^m-1)} & \dots & d^{\gamma}_{1,i} & \dots & d^{\gamma}_{1,((z-1)2^m)} \\ d^{\gamma}_{2,((z)2^m)} & d^{\gamma}_{2,((z)2^m-1)} & \dots & d^{\gamma}_{2,i} & \dots & d^{\gamma}_{2,((z-1)2^m)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ d^{\gamma}_{\sigma,((z)2^m)} & d^{\gamma}_{\sigma,((z)2^m-1)} & \dots & d^{\gamma}_{\sigma,i} & \dots & d^{\gamma}_{\sigma,((z-1)2^m)} \end{Vmatrix}. \quad (12)$$

При этом обучающая выборка D_z для z–й ТМ формируется на основе матриц (12) по правилам (5, 6):

$$D_z = \begin{Vmatrix} d_{1,(z2^m)} & d_{1,(z2^m-1)} & \dots & d_{1,i} & \dots & d_{1,((z-1)2^m)} \\ d_{2,(z2^m)} & d_{2,(z2^m-1)} & \dots & d_{2,i} & \dots & d_{2,((z-1)2^m)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ d_{\sigma,(z2^m)} & d_{\sigma,(z2^m-1)} & \dots & d_{\sigma,i} & \dots & d_{\sigma,((z-1)2^m)} \end{Vmatrix}. \quad (13)$$

Объединение множеств (обучающих выборок D_z^{γ}) в (5) выполняется для γ–х множеств, удовлетворяющих условию (8).

Для произвольного входного двоичного вектора, при заданном множестве (13) прообразов D_z (D_z – обучающая выборка), выход y_z определяется выражением (9).

Пример 2. Рассмотрим описание ТпМ с логарифмической структурой связи для $n = 8, \quad h = 2$ (рис. 6). Пересечение составных ТМ отсутствует.

В качестве исходных данных имеем три множества прообразов:

$$D^1 = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{Vmatrix};$$

$$D^2 = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix};$$

$$D^3 = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{Vmatrix}.$$

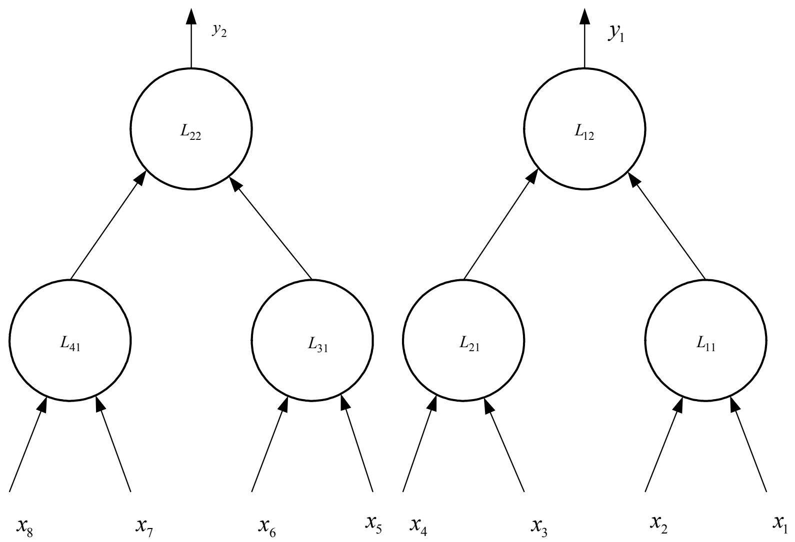

Рис. 6. ТпМ с логарифмической структурой связи

Пусть образы G кодируются следующим образом:

$G^{\gamma} = \left\{ g_z^{\gamma} \right\}$.

$G^1 = \left\{ g_1^1 = 1, g_2^1 = 0 \right\}$; $G^1 = \left\{ 1, 0 \right\}$; $y_1 = 1$; $y_2 = 0$.

$G^2 = \left\{ g_1^2 = 0, g_2^2 = 1 \right\}$; $G^2 = \left\{ 0,1 \right\}$; $y_1 = 0$; $y_2 = 1$.

$G^3 = \left\{ g_1^3 = 1, g_2^3 = 1 \right\}$; $G^2 = \left\{ 1,1 \right\}$; $y_1 = 1$; $y_2 = 1$.

Так как имеется две ТМ, то каждая из них оперирует своими обучающими выборками. Первая ТМ оперирует компонентами входного вектора с индексами $i = 1 \div 4$, вторая – ($i = 2 \div 8$).

На основе матриц D_z^{γ} по правилам (5), (6) формируются обучающие выборки для первой и второй ТМ.

Для первой ТМ, с учетом $g_1^1 = g_1^3 = 1$, объединяем D_1^1 и D_1^3 :

$$D_1 = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{Vmatrix} .$$

Для второй ТМ, с учетом $g_2^2 = g_2^3 = 1$, объединяем D_2^2 и D_2^3:

$$D_2 = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{Vmatrix}.$$

Алгоритмы синтеза ТМ подробно рассмотрены в [Opanasenko, 15].

Заключение

Разбиение произвольного множества двоичных векторов на более чем два подмножества требует усечения матрицы ТМ, глубина которого определяется числом разделяемых подмножеств. В результате получается «трапецеидальная матрица» (ТпМ).

Структурно ТпМ состоит из z пересекающихся составных ТМ, поэтому для каждой составной ТМ определена своя обучающая выборка в зависимости от топологии матрицы. Таким образом, в работе формализована процедура разбиения заданной обучающей выборки на фрагменты обучающих выборок для каждой составной ТМ, которые являются исходными данными для синтеза ТМ и ТпМ в целом.

Библиография

[Опанасенко, 14] Опанасенко В.Н., Крывый С.Л. Прямая задача синтеза адаптивных логических сетей. - International Journal "Information Technologies & Knowledge". – Изд-во: ИТЕА, София, Болгария – 2014, Vol. 8, N.1. – pp. 3–12.

[Opanasenko, 15] Opanasenko V.N., *Kryvyi S.L.* Synthesis of Adaptive Logical Networks on the Basis of Zhegalkin Polynomials. - Cybernetics and Systems Analysis. Springer New York. – 2015, Vol. 51, N.6. – pp. 969–977. DOI: 10.1007/s10559-015-9790-1.

[Opanasenko, 16A] Opanasenko V., *Kryvyi S.* Method synthesis of the configurable logical blocks on basis of universal logical elements. - Radioelectronic and Computer Systems. KHAI Kharkiv. – 2016, Vol. 79, N.5. – pp. 93–97.

[Opanasenko, 16B] Opanasenko V., *Kryvyi S.* Algorithms synthesis of the adaptive logical network on basis of universal logical elements. - Proceeding of 13th International Conference on Pattern recognition and information processing. – Minsk, Belarus. 3–5 October 2016. – pp.16–20.

[Opanasenko, 16C] Opanasenko V., *Kryvyi S.* Synthesis of multilevel structures with multiple outputs. - CEUR Workshop Proceeding of 10th International Conference of Programming, UkrPROG 2016; Kyiv; Ukraine; 24 May 2016 . Volume 1631. – Code 122904. – pp.32–37.

[Opanasenko, 17A] Opanasenko V.N., *Kryvyi S.L.* Synthesis of Neural-Like Networks on the Basis of Conversion of Cyclic Hamming Codes. - Cybernetics and Systems Analysis. Springer New York. – 2017, Vol. 53, N.4. – pp. 627–635. DOI: 10.1007/s10559-017-9965-z.

[Palagin, 17B] Palagin A.V., Opanasenko V.N., *Kryvyi S.L.* Resource and Energy Optimization Oriented Development of FPGA-Based Adaptive Logical Networks for Classification Problem. In book: Green IT Engineering: Components, Networks and Systems Implementation, V. Kharchenko, Y. Kondratenko, J. Kacprzyk (Eds.), Vol. 105. Berlin, Heidelberg: Springer International Publishing, pp.195-218 (2017), DOI: DOI 10.1007/978-3-319-55595-9_10.

Сведения об авторах

Опанасенко Владимир Николаевич *– профессор, доктор технических наук Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Украина, Киев, 03187, просп. Глушкова, 40;*

e-mail*: opanasenkovm@nas.gov.ua*

Крывый Сергей Лукьянович *– профессор, доктор физико-математических наук, профессор Киевского национального университета им. Тараса Шевченко, Украина, Киев, 03187, просп. Глушкова, 4д, Факультет кибернетики;* ***e-mail:*** *krivoi@i.com.ua*

Завьялов Станислав Борисович *– кандидат технических наук, директор ООО «Радионикс», Украина, Киев;* ***e-mail:*** *radionix13@gmail.com.*

Forming of learning samples for a synthesis of adaptive logic network type "Trapezoidal Matrix"

Volodymyr Opanasenko, Sergei Kryvyi, Stanislaw Zavyalov

Abstract*: The problem of forming of learning samples of an adaptive logical network of a "trapezoidal matrix" type is considered on the basis of universal logic elements for the implementation of the problem of classifying the input set of binary vectors. The trapezoidal matrix is represented by a set of triangular matrices with different topologies of structures.*

Keywords*: adaptive logical network, Boolean function, learning sample, trapezoidal matrix.*