

Krassimir Markov, Vitalii Velychko, Oleksy Voloshin  
(editors)

**Information Models  
of  
Knowledge**

**ITHEA<sup>®</sup>  
KIEV – SOFIA  
2010**

**Krassimir Markov, Vitalii Velychko, Oleksy Voloshin (ed.)**

**Information Models of Knowledge**

ITHEA®

Kiev, Ukraine – Sofia, Bulgaria, 2010

ISBN 978-954-16-0048-1

First edition

Recommended for publication by The Scientific Council of the Institute of Information Theories and Applications FOI ITHEA  
ITHEA IBS ISC: 19.

This book maintains articles on actual problems of research and application of information technologies, especially the new approaches, models, algorithms and methods for information modeling of knowledge in: Intelligence metasynthesis and knowledge processing in intelligent systems; Formalisms and methods of knowledge representation; Connectionism and neural nets; System analysis and synthesis; Modelling of the complex artificial systems; Image Processing and Computer Vision; Computer virtual reality; Virtual laboratories for computer-aided design; Decision support systems; Information models of knowledge of and for education; Open social info-educational platforms; Web-based educational information systems; Semantic Web Technologies; Mathematical foundations for information modeling of knowledge; Discrete mathematics; Mathematical methods for research of complex systems.

It is represented that book articles will be interesting for experts in the field of information technologies as well as for practical users.

General Sponsor: Consortium FOI Bulgaria ([www.foibg.com](http://www.foibg.com)).

Printed in Ukraine

**Copyright © 2010 All rights reserved**

© 2010 ITHEA® – Publisher; Sofia, 1000, P.O.B. 775, Bulgaria. [www.ithea.org](http://www.ithea.org) ; e-mail: [info@foibg.com](mailto:info@foibg.com)

© 2010 Krassimir Markov, Vitalii Velychko, Oleksy Voloshin – Editors

© 2010 Ina Markova – Technical editor

© 2010 For all authors in the book.

© ITHEA is a registered trade mark of FOI-COMMERCE Co., Bulgaria

**ISBN 978-954-16-0048-1**

C/o Jusautor, Sofia, 2010

## КОРРЕКТНЫЕ МОДЕЛИ АЛГОРИТМОВ РАСПОЗНАВАНИЯ

Виктор Краснопрошин, Владимир Образцов

**Реферат:** Рассматривается задача распознавания образов с обучением. Определяются общие условия существования корректных алгоритмов, и показывается, что их построение сводится к решению систем линейных матричных неравенств.

**Ключевые слова:** Задача распознавания образов с обучением, корректные модели алгоритмов распознавания, условия корректности моделей распознавания.

**Ключевые слова АСМ-классификации:** Categories: 1. Computing Methodologies; 1.5 PATTERN RECOGNITION; 1.5.1 Models; Subject descriptor: Models Deterministic

### Введение

Понятие корректных алгоритмов в теории распознавании образов было введено в конце 80-ых годов в работе [Журавлев, 1978]. Результаты их исследований подвели, в некотором смысле, черту в вопросах построения оптимальных алгоритмов для решения задач распознавания с обучением. Фактически было показано, что оптимальность (корректность) алгоритмов на любой конечной выборке носит локальный характер и достижима в алгебраических расширениях широкого класса эвристических алгоритмов.

Связь локальных и глобальных характеристик задачи распознавания на языке теории категорий исследовалась в [Рудаков, 1989]. Аналогичные зависимости, но уже на языке теории множеств, установлены в [Краснопрошин, 2006]. Было показано, что эта связь не может быть конструктивно реализованной, так как при любых условиях природа задачи распознавания остается индуктивной.

Что же касается проблем построения корректных алгоритмов, то здесь по-прежнему остаются некоторые вопросы. В частности, с практических позиций важно знать каковы границы сложности построения таких алгоритмов. В данной работе показывается, что в общем случае задача построения корректных алгоритмов сводится к решению систем линейных матричных неравенств. И, следовательно, нижняя граница сложности равна  $O(n^3)$  \*).

### Постановка Задачи. Основные Понятия и Определения

Рассмотрим задачу распознавания образов с обучением [Журавлев, 1978]. Пусть в некотором пространстве задано произвольное множество допустимых объектов  $\{S\}$ . Предположим, что  $\{S\}$  покрывается конечным числом подмножеств (к л а с с о в )  $K_1, \dots, K_l$  (т.е.  $\{S\} \subset \bigcup_{i=1}^l K_i$ ) таких, что  $K_i \neq \emptyset$  для всех  $i = 1, 2, \dots, l$ . При этом подмножества  $K_i$  определены не полностью – имеется лишь конечное число допустимых объектов  $\{S_0\}$  известной классификации.

На множестве  $\{S\}$  введем систему предикатов  $P_j(S) (j = 1, 2, \dots, l)$  такую, что

$$P_j(S) = \begin{cases} 1, & \text{если } S \in K_j, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Тогда информацию о принадлежности произвольного объекта  $S \in \{S\}$  к классам  $K_1, \dots, K_l$  можно представить в виде вектора  $\alpha(S) = (\alpha_1(S), \dots, \alpha_l(S))$ , где  $\alpha_j(S) = P_j(S)$ . Согласно предположениям, для объектов  $S \in \{S_0\}$  векторы  $\alpha(S)$  считаются заданными и называются и н ф о р м а ц и о н н ы м и .

\*)  $n$  – число объектов контрольной (тестовой) выборки.

В множестве  $\{S_0\}$  выделим некоторую совокупность допустимых объектов  $\tilde{S}_m = \{S_1, \dots, S_m\}$  такую, что

$$(\tilde{S}_m \cap K_i \neq \emptyset) \forall i \in \{1, 2, \dots, l\}.$$

Упорядоченный набор  $(S_1, \alpha(S_1), \dots, S_m, \alpha(S_m))$  образует так называемую стандартную начальную информацию о классах  $K_1, \dots, K_l$ , обозначим ее через  $I_0(K_1, \dots, K_l)$  (или  $I_0$ )\*.

С учетом введенных обозначений основную задачу распознавания образов с обучением можно сформулировать следующим образом. Пусть задана некоторая информация  $I_0$  и произвольный набор допустимых объектов  $\tilde{S}^q = \{S^1, \dots, S^q\}$ . Требуется указать алгоритм (метод, правило), который на основании информации  $I_0$  для любого объекта  $S^i \in \tilde{S}^q$  ( $i = 1, 2, \dots, q$ ) определяет принадлежность последнего к классам  $K_1, \dots, K_l$ . Обозначим эту задачу через  $Z$ , и в дальнейшем будем отождествлять ее с парой  $(I_0, \tilde{S}^q)$ , т.е.  $Z = (I_0, \tilde{S}^q)$ .

Алгоритм  $A$ , решающий сформулированную задачу, называется распознающим. Результатом работы такого алгоритма при распознавании произвольного допустимого объекта  $S$  является вектор

$$\alpha^A(S) = (\alpha_1^A(S), \dots, \alpha_l^A(S)), \text{ где } \alpha_j^A(S) \in \{1, 2, \dots, l\},$$

или матрица

$$\|\alpha_j^A(S^i)\|_{q \times l},$$

в случае, если классифицируется совокупность объектов  $\tilde{S}^q = \{S^1, \dots, S^q\}$ . Вектор  $\alpha_j^A(S)$  называется классификационным, его значения интерпретируются следующим образом

$$\alpha_j^A(S) = \begin{cases} 0, & \text{если } A \text{ не заносит } S \text{ в класс } K_j, \\ 1, & \text{если } A \text{ заносит } S \text{ в класс } K_j, \\ 2, & \text{если } A \text{ отказался от вычисления } P_j(S). \end{cases}$$

Понятно, что алгоритм  $A$  можно рассматривать как отображение, определенное на множестве  $I_0 \times \{S\}$ , т.е.

$$\forall S \in \{S\} (A: I_0 \times S \rightarrow (\alpha_1^A(S), \dots, \alpha_l^A(S))). \quad (1)$$

Разработано значительное число подходов к решению сформулированной задачи. Рассмотрим один из них, предложенный в [Журавлев, 1978].

Пусть задано произвольное семейство (модель) алгоритмов распознавания  $\{A\}$  и некоторая стандартная начальная информация  $I_0$ . Предположим, что в множестве  $\{S_0\}$  некоторым образом выделена конечная совокупность объектов  $\tilde{S}^q$  ( $q \in \mathbb{N}$ ), для которых имеет место

$$\begin{cases} (\tilde{S}_m \cap \tilde{S}^q = \emptyset), \\ (\tilde{S}^q \cap K_i \neq \emptyset) \forall i \in \{1, 2, \dots, l\}. \end{cases}$$

Такая выборка называется контрольной. Матрицу ее информационных векторов обозначим  $I(\tilde{S}^q)$ .

Суть рассматриваемого подхода заключается в построении алгоритмов (1), точных на  $Z = (I_0, \tilde{S}^q)$  в

\* ) Отметим, что существуют и другие способы задания начальной информации о классах. В данном случае выборка  $\tilde{S}_m$  обычно называется обучающей.

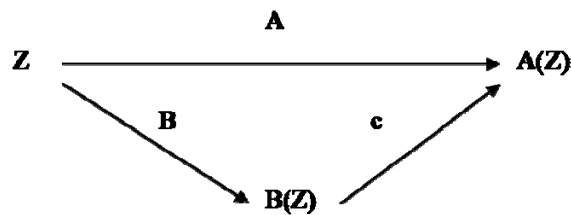
смысле следующего определения. Алгоритм  $A \in \{A\}$  называется корректным на  $Z$ , если  $A(Z) = I(\tilde{S}^q)$ . Модель  $\{A\}$ , которая содержит такой алгоритм, также называется корректной.

Понятно, что в этом подходе основной проблемой является определение условий на задачу  $Z$  и модель алгоритмов  $\{A\}$ , при которых последняя корректна на  $Z$ . Прежде, чем перейти к ее решению, уточним множества рассматриваемых в дальнейшем алгоритмов и задач.

Пусть  $\mathbb{R}^q$ ,  $\mathbb{B}_3^q$  - пространства матриц размерности  $q \times l$  над полем вещественных чисел  $\mathbb{R}$  и множеством  $\mathbb{B}_3 = \{0,1,2\}$  соответственно. В [Журавлев, 1978] показано, что любой алгоритм  $A \in \{A\}$  вида (1) представим на  $Z$  в виде суперпозиции

$$A(Z) = (c \circ B)(Z),$$

т.е. коммутативна диаграмма



где  $B(Z) \in \mathbb{R}^q$ ,  $A(Z) \in \mathbb{B}_3^q$ . Подалгоритмы

$$B \in \mathfrak{M} \quad (B : (I_0, \tilde{S}^q) \rightarrow \mathbb{R}^q), \quad c \in C \quad (c : \mathbb{R}^q \rightarrow \mathbb{B}_3^q),$$

называются соответственно распознающими операторами ( $\mathfrak{M}$ ) и решающими правилами ( $C$ ). Такое представление позволяет при рассмотрении алгоритмов ограничиться множеством

$$A_{\mathfrak{M}} = c \circ \mathfrak{M},$$

порожденным суперпозицией произвольных распознающих операторов  $\mathfrak{M}$  и решающих правил  $C$ .

Пусть  $\mathbb{B}_2^q$  - пространство матриц размерности  $q \times l$  над  $\mathbb{B}_2 = \{0,1\}$ . Нетрудно заметить, что при фиксированных начальной информации  $I_0$  и конечном размере  $q$  контрольной выборки  $\tilde{S}^q$  (величина  $q < +\infty$  принципиального значения не имеет), множество задач  $Z = (I_0, \tilde{S}^q)$  можно однозначно определить по матрице  $I(\tilde{S}^q)$ . В соответствии с этим введем множество

$$Z_2^q = \{(I_0, \tilde{S}^q) \mid \bigcup_{\tilde{S}^q} I(\tilde{S}^q) = \mathbb{B}_2^q\}$$

и рассмотрим условия корректности произвольной модели  $A_{\mathfrak{M}}$  на множестве задач  $Z_2^q$ .

Пусть  $\mathfrak{M}$  - некоторая совокупность (м о д е л ь) распознающих операторов и  $Z$  - произвольная задача из  $Z_2^q$ . Очевидно, что решения  $\mathfrak{M}(Z)$  задачи  $Z$  операторами  $B \in \mathfrak{M}$  образует подмножество в пространстве  $\mathbb{R}^q$ , т.е.  $\mathfrak{M}(Z) \subseteq \mathbb{R}^q$ . Зафиксируем решающее правило  $c \in C$ . По матрице информационных векторов  $I(\tilde{S}^q)$ , соответствующих контрольной выборке  $\tilde{S}^q$  задачи  $Z$ , в пространстве  $\mathbb{R}^q$  построим множество

$$R_c(Z) = \{R \mid R \in \mathbb{R}^q, c(R) = I(\tilde{S}^q)\},$$

и назовем его областью корректности решающего правила  $c \in C$  на задаче  $Z$ .

С учетом проведенных построений получаем, что модель  $A_{\mathfrak{M}}$  корректна на  $Z \in Z_2^{q_l}$  в том и только том случае, если

$$\mathfrak{M}(Z) \cap R_c(Z) \neq \emptyset. \quad (2)$$

Нетрудно показать, что данное условие позволяет фактически исключить из рассмотрения решающее правило  $c \in C$ . Действительно, из него с необходимостью следует

$$R_c(Z) \neq \emptyset.$$

Но последнее справедливо на всем множестве  $Z_2^{q_l}$  в том и только том случае, если для решающего правила  $c \in C$  имеет место

$$\forall b \in \mathbb{B}_2^{q_l} \exists R \in \mathbb{R}^{q_l} (c(R) = b). \quad (3)$$

Решающее правило  $c \in C$ , удовлетворяющее условию (3), называется корректным. Например, линейные пороговые решающие правила, определенные в пространстве  $\mathbb{R}^{q_l}$

$$\forall R = \|r_{ij}\| \in \mathbb{R}^{q_l} (c(R) = \|c(r_{ij})\| \in \mathbb{B}_2^{q_l}), \text{ где } (i, j) \in \{1, 2, \dots, q\} \times \{1, 2, \dots, l\}, \text{ и}$$

$$c(r_{ij}) = \begin{cases} 0, & \text{если } r_{ij} < c_0, \\ 1, & \text{если } r_{ij} > c_1, \\ 2, & \text{если } c_0 \leq r_{ij} \leq c_1, \end{cases}$$

является корректным при условии  $c_0 \leq c_1$  (где  $c_0, c_1 \in \mathbb{R}$ ). Множество таких решающих правил обозначим  $C(c_0, c_1)$ . Легко убедиться, что при исследовании вопросов корректности можно ограничиться моделями алгоритмов, которые порождаются операторами из некоторой модели  $\mathfrak{M}$  и решающими правилами из множества  $C(c_0, c_1)$ .

Таким образом, проведенные рассуждения позволяют сформулировать следующую задачу. Требуется определить условия на задачу  $Z \in Z_2^{q_l}$  и модель распознающих операторов  $\mathfrak{M}$ , при которых последняя удовлетворяет условию (2) для некоторого решающего правила  $c \in C(c_0, c_1)$ .

### Общие Условия Корректности Моделей Алгоритмов Распознавания

Пусть  $R_c(Z)$  - область корректности фиксированного решающего правила  $c \in C(c_0, c_1)$  на задаче  $Z = (I_0, \tilde{S}^q)$ . Покажем, что  $R_c(Z)$  представляет собой множество решений системы строгих линейных неравенств.

В соответствии с матрицей информационных векторов  $I(\tilde{S}^q) = \|\alpha_{ij}\|_{q \times l}$  контрольной выборки  $\tilde{S}^q$ , множество индексов  $I = \{1, 2, \dots, q\} \times \{1, 2, \dots, l\}$  разобьем на подмножества

$$M_t = \{(i, j) \mid (i, j) \in I, \alpha_{ij} = t\}.$$

Т.к.  $I(\tilde{S}^q) \in \mathbb{B}_2^{q_l}$ , то  $t \in \{0, 1\}$  и для введенных подмножеств имеют место соотношения

$$\begin{cases} M_0 \cup M_1 = I, \\ M_0 \cap M_1 = \emptyset. \end{cases}$$

Покажем, что  $R_c(Z)$  образует выпуклое подмножество в пространстве  $\mathbb{R}^{q_l}$ , то есть

$$\forall R_k = \left\| r_{ij}^k \right\| \in R_c(Z) (k=1,2) \forall \lambda \in [0,1] (\lambda R_1 + (1-\lambda)R_2 \in R_c(Z)).$$

Действительно, пусть  $R_1$  и  $R_2$  - произвольные матрицы из  $R_c(Z)$ . Учитывая определения множеств  $C(c_0, c_1)$  и  $R_c(Z)$ , имеем

$$\forall (i, j) \in M_1 \forall \lambda \in [0,1] (\lambda r_{ij}^1 + (1-\lambda)r_{ij}^2 > \lambda c_1 + (1-\lambda)c_1 = c_1),$$

$$\forall (i, j) \in M_0 \forall \lambda \in [0,1] (\lambda r_{ij}^1 + (1-\lambda)r_{ij}^2 < \lambda c_0 + (1-\lambda)c_0 = c_0).$$

Объединяя последние неравенства, получаем

$$\forall \lambda \in [0,1] (\lambda R_1 + (1-\lambda)R_2 \in R_c(Z)).$$

В силу выбора матриц  $R_1$  и  $R_2$ , из данного включения следует выпуклость области корректности  $R_c(Z)$ . Но это, в свою очередь, означает, что  $R_c(Z)$  является решением некоторой системы неравенств.

Убедимся, что эта система линейна. По аналогии с векторным случаем, введем скалярное произведение матриц в пространстве  $\mathbb{R}^{qI}$  следующим образом

$$\forall R_1, R_2 \in \mathbb{R}^{qI} (\langle R_1, R_2 \rangle = \sum_{(i,j) \in I} r_{ij}^1 \cdot r_{ij}^2).$$

Рассмотрим множество

$$H(R_0, a) = \{X \in \mathbb{R}^{qI} \mid \langle R_0, X \rangle = a\},$$

где  $a \in \mathbb{R}$ ,  $R_0 \in \mathbb{R}^{qI}$ . Легко видеть, что при фиксированных  $a$  и ненулевой матрице  $R_0$ , оно представляет собой матричный аналог гиперплоскости векторного пространства. В свою очередь, множества

$$H^+(R_0, a) = \{X \in \mathbb{R}^{qI} \mid \langle R_0, X \rangle > a\}, \quad H^-(R_0, a) = \{X \in \mathbb{R}^{qI} \mid \langle R_0, X \rangle < a\},$$

образуют открытые полупространства, на которые гиперплоскость  $H(R_0, a)$  разделяет пространства  $\mathbb{R}^{qI}$ .

Обозначим  $\{E_{ij}\}_{(i,j) \in I}$  - канонический базис в  $\mathbb{R}^{qI}$  и рассмотрим множество

$$H_0 = \left( \bigcap_{(i,j) \in M_1} H^+(E_{ij}, c_1) \right) \cap \left( \bigcap_{(i,j) \in M_0} H^-(E_{ij}, c_0) \right),$$

где  $c_0, c_1$  - пороги решающего правила  $c \in C(c_0, c_1)$ . Нетрудно проверить, что  $H_0$  - выпуклое и непустое подмножество в пространстве  $\mathbb{R}^{qI}$ .

Выберем некоторую матрицу  $R \in R_c(Z)$ . Из определений множества  $C(c_0, c_1)$  и области корректности, имеем

$$\forall (i, j) \in M_1 (\langle E_{ij}, R \rangle > c_1) \Rightarrow R \in H^+(E_{ij}, c_1), \quad \forall (i, j) \in M_0 (\langle E_{ij}, R \rangle < c_0) \Rightarrow R \in H^-(E_{ij}, c_0).$$

Но это означает, что  $R \in H_0$ . Откуда, с учетом произвольности выбора матрицы  $R$  следует

$$R_c(Z) \subseteq H_0.$$

Нетрудно убедиться и в обратном. Таким образом,

$$R_c(Z) = H_0,$$

то есть  $R_c(Z)$  образовано пересечением  $q \cdot I$  открытых полупространств в  $\mathbb{R}^{qI}$ .

Из приведенных выше рассуждений и определения множества  $H_0$  получаем, что область корректности  $R_c(Z)$  при фиксированном  $c \in C(c_0, c_1)$  и  $Z \in Z_2^{ql}$  является решением следующей системы линейных неравенств

$$\begin{cases} \langle E_{ij}, X \rangle > c_1, \forall (i, j) \in M_1, \\ \langle E_{ij}, X \rangle < c_0, \forall (i, j) \in M_0, \end{cases} \quad (4)$$

так как последняя однозначно определяет множество  $H_0$ . Отметим, что данная система единственна с точностью до изоморфизма базисов в пространстве  $\mathbb{R}^{ql}$ . В результате нами доказана следующая Л е м м а . Пусть  $\mathfrak{M}$  - произвольная модель распознающих операторов и  $c$  - решающее правило из  $C(c_0, c_1)$ . Модель  $\mathfrak{M}$  удовлетворяет условию (2) на  $Z \in Z_2^{ql}$  в том и только том случае, если существует такой оператор  $B \in \mathfrak{M}$ , что матрица  $B(Z)$  является решением системы (4).

Получим условия, при которых матрица  $B(Z) \in \mathbb{R}^{ql}$  является решением системы строгих линейных неравенств (4). Перейдем к системе, в которой все неравенства имеют одинаковый смысл и нулевую правую часть.

По матрице информационных векторов  $l(\tilde{S}^q)$ , соответствующей задаче  $Z \in Z_2^{ql}$ , в пространстве  $\mathbb{R}^{ql}$  введем одноместную операцию  $\alpha$  такую, что

$$\forall R = \|r_{ij}\| \in \mathbb{R}^{ql} \quad (R^\alpha = \|r_{ij}^\alpha\|),$$

где

$$r_{ij}^\alpha = \begin{cases} r_{ij}, & \text{если } \alpha_{ij} = 1, \\ -r_{ij}, & \text{если } \alpha_{ij} = 0. \end{cases}$$

Определим также в пространстве  $\mathbb{R}^{ql}$  матрицу  $R_c$  с элементами

$$r_{ij} = \begin{cases} c_1, & \text{если } \alpha_{ij} = 1, \\ c_0, & \text{если } \alpha_{ij} = 0. \end{cases}$$

Тогда, очевидно, систему неравенств (4) можно записать в виде

$$\langle E_{ij}, X^\alpha - R_c^\alpha \rangle > 0, \forall (i, j) \in I.$$

Т е о р е м а 1. Пусть  $\mathfrak{M}$  - произвольная модель распознающих операторов и  $c$  - решающее правило из  $C(c_0, c_1)$  с порогами  $0 \leq c_0 \leq c_1$ . Тогда модель  $\mathfrak{M}$  удовлетворяет условию (2) на  $Z \in Z_2^{ql}$  в том и только том случае, если

$$\exists B \in \mathfrak{M} \quad \forall R \in \mathbb{R}^{ql} \quad (R \geq 0, R \neq 0) \quad (\langle R, R_c^\alpha \rangle = 0 \Rightarrow \langle R, B^\alpha(Z) \rangle > 0). \quad (5)$$

Отметим, что условие (5) является конструктивным, так как может быть непосредственно использовано при построении корректных алгоритмов. Для разработки соответствующих методов необходимо конкретизировать вид модели распознающих операторов  $\mathfrak{M}$  и воспользоваться аппаратом теории систем конечных неравенств.

Множество

$$R' = \{R \in \mathbb{R}^{ql} \mid (R \geq 0, R \neq 0) \& (\langle R, R_c^\alpha \rangle = 0)\}$$



можно определить аналитически, используя свойства скалярного произведения и вид матрицы  $R_c$ . Действительно, рассмотрим

$$R^0 = \{R \in \mathbb{R}^{qf} \mid (r_{ij} \geq 0, \sum_{(i,j) \in I} r_{ij} = 1) \& ((\sum_{(u,v) \in M_0} r_{uv}) \cdot (\sum_{(i,j) \in M_1} r_{ij})^{-1} = (c_1) \cdot (c_0)^{-1})\}.$$

По построению последнего множества получаем

$$\forall R \in R^0 \quad (\langle R, R_c^\alpha \rangle = 0).$$

Нетрудно также заметить, что  $R^0$  взаимно-однозначно (с точностью до положительной числовой константы) определяет все множество  $R'$ . Это позволяет существенно упростить проверку условия (5).

**С л е д с т в и е .** В условиях теоремы 1 модель  $\mathfrak{M}$  удовлетворяет (2) на  $Z \in Z_2^{qf}$  в том и только том случае, если

$$\exists B \in \mathfrak{M} \quad \forall R \in R^0 \quad (\langle R, B^\alpha(Z) \rangle > 0).$$

Теорема 1 и следствие из нее справедливы для решающих правил  $c \in C(c_0, c_1)$  с порогами  $0 \leq c_0 \leq c_1$ . В то же время, используя отделимость выпуклого множества  $R_c(Z)$  в пространстве  $\mathbb{R}^{qf}$ , можно получить иные условия, при которых модель  $\mathfrak{M}$  удовлетворяет (2) на  $Z \in Z_2^{qf}$ .

Из построения множества  $H_0$  следует, что гиперплоскость  $H(E_{ij}, c_1)$  при  $(i, j) \in M_1$  отделяет полупространства  $H^-(E_{ij}, c_1)$  и  $H^+(E_{ij}, c_1)$ , а гиперплоскость  $H(E_{ij}, c_0)$  при  $(i, j) \in M_0$  отделяет полупространства  $H^-(E_{ij}, c_0)$  и  $H^+(E_{ij}, c_0)$ . Но это означает, что подмножество матриц  $R_c(Z) = H_0$  и только оно удовлетворяет в  $\mathbb{R}^{qf}$  условию

$$\min\{\langle R, E_{ij} \rangle \mid (i, j) \in M_1\} > c_1 \geq c_0 > \max\{\langle R, E_{ij} \rangle \mid (i, j) \in M_0\},$$

где  $R$  - произвольная матрица в  $\mathbb{R}^{qf}$ .

**Т е о р е м а 2.** Пусть  $\mathfrak{M}$  - некоторая модель распознающих операторов и  $c$  - решающее правило из  $C(c_0, c_1)$ . Тогда для  $\mathfrak{M}$  имеет место (2) на  $Z \in Z_2^{qf}$  в том и только том случае, если существует оператор  $B \in \mathfrak{M}$  такой, что матрица  $B(Z) = \|b_{ij}\|$  удовлетворяет одному из следующих условий:

$$\min_{(i,j) \in M_1} b_{ij} > c_1 \geq c_0 > \max_{(u,v) \in M_0} b_{uv},$$

$$\forall (i, j) \in M_1 \quad \forall (u, v) \in M_0 \quad (c_0 > 0) \quad (b_{ij} \cdot (c_1)^{-1} > b_{uv} \cdot (c_0)^{-1}),$$

$$\forall (i, j) \in M_1 \quad \forall (u, v) \in M_0 \quad (c_0 \neq c_1) \quad ((b_{ij} - c_0) \cdot (c_1 - c_0)^{-1} > 1) \& ((c_1 - b_{uv}) \cdot (c_1 - c_0)^{-1} > 1).$$

---

## Заключение

В работе получены общие условия корректности моделей алгоритмов распознавания  $A_{\mathfrak{M}}$  на множестве задач  $Z_2^{qf}$ . Нетрудно видеть, что эти условия позволяют свести проблему построения корректного алгоритма в  $A_{\mathfrak{M}}$  к решению систем неравенств в матричном пространстве  $\mathbb{R}^{qf}$ . Решение таких систем даже в случае линейной модели  $\mathfrak{M}$  является нетривиальным. А так как эвристические модели в основном нелинейные, то построения корректного алгоритма становится практически неразрешимой задачей. Поэтому возникает проблема понижения требований к эвристике  $\mathfrak{M}$ . Такая и некоторые другие проблемы решаются в моделях, основанных на принципе корректировки [Zhuravlev, 2010].

---

**Библиография**

---

- [Журавлев, 1978] Журавлев Ю. И. Об алгебраическом подходе к решению задач распознавания или классификации // Проблемы кибернетики. — 1978. — Т. 33. — С. 5–68.
- [Рудаков, 1989] Рудаков К.В. Об алгебраической теории универсальных и локальных ограничений для задач классификации // Распознавание, классификация, прогноз. М.: Наука, 1989
- [Krasnoproshin, 2006] V.V.Krasnoproshin V.A.Obraztsov Problem of Solvability and Choice of Algorithms for Decision Making by Precedence // Pattern Recognition and Image Analysis. 2006. Vol. 16. no 2.- p.p.155-169.
- [Zhuravlev, 2010] Yu. I. Zhuravlev, S. V. Ablameiko, A. S. Biryukov, A. A. Dokukin, V. V. Krasnoproshin, V. V. Obraztsov, M. Yu. Romanov, and V. V. Ryazanov Algorithms for Algebraic and Logical Correction and Their Applications // Pattern Recognition and Image Analysis. 2010. Vol. 20. no 2.- p.p.105-117.

---

**Информация об авторах**

---

**Виктор Краснопрошин** – заведующий кафедрой МО АСУ, ФПМИ, Белорусский государственный университет, пр-т Независимости, 4, Минск, 220050, Беларусь; e-mail: krasnoproshin@bsu.by

**Владимир Образцов** – доцент кафедры МО АСУ, ФПМИ, Белорусский государственный университет, пр-т Независимости, 4, Минск, 220050, Беларусь; e-mail: obraztsov@bsu.by