ОБ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ИНВЕСТИЦИЙ В ЭКОНОМИКО-СОЦИАЛЬНОЙ СФЕРЕ

Марина Коробова

Аннотация: *Рассматривается проблема оптимального распределения инвестиций между экономическим и социальным направлениями, которая сводиться к задаче оптимального управления. Находятся оптимальные траектории динамики социально-экономической системы с учетом соответствующих оптимальных капиталовложений. Таким образом, предлагается концепция для принятия оптимальных управленческих решений по инвестированию на макро- и микроуровнях.*

Ключевые слова: *социально-экономическая система, инвестиции, возобновимый ресурс, управление, принятие решений.*

ACM Classification Keywords: *I. Computing Methodologies, H.4.2 Information Systems Applications: Types of Systems: Decision Support.*

Conference*: The paper is selected from XVth International Conference "Knowledge-Dialogue-Solution" KDS-2 2009, Kyiv, Ukraine, October, 2009.*

Введение

Особенностью современного этапа хозяйственного развития является формирование концепции о тесной взаимосвязи между экономическим и экологическим благополучием.

В наше время эколого-экономическая проблематика определяет не только эффективность функционирования всех видов и форм хозяйственной деятельности, но и принципиальные условия нормального функционирования каждого человека. Это включает, во-первых, эффективное использование экономикой природных ресурсов, а во-вторых, отыскание и обоснование методов предотвращения и ликвидации ущерба от загрязнения окружающей среды. Эти проблемы должны решаться на основе закономерностей естественноисторического характера, а также с учетом постоянно меняющихся потребностей общества.

Развитие экологической экономики тесно связано с приоритетами внутренней и внешней политики государства. Они должны обеспечить природо- и ресурсосберегающие национальные интересы. Очевидно, что исчерпание природных ресурсов является побочным результатом экономической деятельности. Поэтому о восстановлении ресурсов можно говорить как об отдельном производственном секторе, объемы «производства» в котором целесообразно было бы максимизировать. В этой связи процесс инвестиционных вложений на развитие экономики обязательно должен сопровождаться выделением части инвестиций на восстановление ресурсов. В частности, природный ресурс можно рассматривать как материальное обеспечение трудового ресурса (природный и трудовой ресурс являются взаимодополняющими). В таком случае есть основания говорить не о эколого-экономическом взаимодействии, а о взаимодействии экономики с социальной сферой. Ниже предложено модель оптимального распределения инвестиций между сектором материального производства и возобновлением трудовых ресурсов, причем последнее будет трактоваться как социальные капиталовложения.

Постановка задачи

На макроуровне социально-экономическую систему можно рассматривать как двухсекторную экономику (каждый сектор производит свой единственный продукт), где основным сектором является сектор материального производства, а вспомогательным сектором – состояние природного (трудового) ресурса.

Воспользуемся описанной в [Григоркiв, 1998], [Коробова, 2001] методикой построения и исследования такой системы.

Пусть K – основные производственные фонды (капитал); $\mu \in (0, 1)$ коэффициент износа фондов; R – объем восстановленных ресурсов (трудовых); R^* – значение показателя состояния невозмущенных ресурсов; c, $c > 0$ – коэффициент естественного восстановления ресурсов; I – общая величина инвестиций; I_K – инвестиции, вложенные в развитие экономики; I_R – инвестиции, вложенные в восстановление ресурсов (социальную сферу); ξ, $\xi > 0$ – количество единиц ресурса, необходимое для создания единицы инвестиций I_K; u_1, u_2 – весовые коэффициенты соответственно инвестиций I_K и I_R; v_1, v_2 – весовые коэффициенты компонент K и R состояния системы.

Поставим перед инвестором следующую задачу: распределить I единиц инвестиций в течение заданного промежутка времени $[0, T]$ так, чтобы в конце данного периода достичь максимально возможной величины капитала K и минимально возможной величины отклонения ресурса от невозмущенного состояния R^*, и при этом минимизировать объем инвестиций, вложенных в развитие экономики и на воспроизводство ресурсов (трудовых). Для сведения этой двухкритериальной задачи к однокритериальной, применяется метод аддитивной свертки [Волошин, 2006].

Математическую модель такой задачи можно записать в виде:

$$\begin{cases} \int\limits_0^T (-u_1 I_K - u_2 I_R)dt + v_1 K(T) - v_2 (R^* - R(T))^2 \to \max\limits_{I_K, I_R}, \\ \dot{K} = I_K - \mu K, \\ \dot{R} = c(R^* - R) + I_R - \xi I_K, \\ K(0) = K^{(0)}, \quad R(0) = R^{(0)}, \\ I_K + I_R \le I, \quad I_K \ge 0, \quad I_R \ge 0. \end{cases} \tag{1}$$

Итак, имеем систему дифференциальных уравнений, первое из которых отображает в стоимостной форме рост капитала, а второе – динамику ресурсов. Считаются известными исходное состояние ($K^{(0)}$, $R^{(0)}$) системы и ограничения на инвестиции I_K и I_R.

Сведение исходной задачи оптимального управления к задаче линейного программирования

Поскольку модель (1) является задачей оптимального управления, то для ее исследования используем принцип максимума Понтрягина [Кротов, 1990].

Построим функцию Гамильтона:

$$H(t, K, R, I_K, I_R, \psi_1, \psi_2) = \psi_1(I_K - \mu K) + \psi_2(c(R^* - R) + I_R - \xi I_K) + (-u_1 I_K - u_2 I_R), \tag{2}$$

и решим следующую задачу:

$$H(t, K, R, I_K, I_R, \psi_1, \psi_2) \to \max\limits_{I_K, I_R}.$$

Очевидно, эта задача эквивалентна такой задаче:

$$L(I_K, I_R) = (\psi_1 - \xi\psi_2 - u_1)I_K + (\psi_2 - u_2)I_R \to \max\limits_{I_K, I_R},$$

которая, в свою очередь, является задачей линейного программирования вида:

$$\begin{cases} c_1 I_K + c_2 I_R \to \max, \\ I_K + I_R \le I, \\ I_K \ge 0, \ I_R \ge 0, \end{cases} \tag{3}$$

где $c_1 = \psi_1 - \xi\psi_2 - u_1$, $c_2 = \psi_2 - u_2$.

Теперь перейдем к исследованию вариантов решения задачи (3), которое обозначим (I_K^*, I_R^*)).

Анализ значений коэффициентов целевой функции в задаче линейного программирования

Отметим, что задача (3) имеет реальный смысл лишь при $(c_1^2 + c_2^2) \neq 0$. В случае, когда $c_1 = c_2 = 0$ в качестве решения (3) можно выбрать произвольную допустимую точку, в частности (0, 0). Анализ поведения градиента $c = (c_1, c_2)$ целевой функции приводит нас к следующим ситуациям:

1) $c_1 = 0,\ c_2 > 0$; 2) $c_1 = 0,\ c_2 < 0$; 3) $c_1 > 0,\ c_2 = 0$; 4) $c_1 < 0,\ c_2 = 0$;

5) $c_1 < 0,\ c_2 < 0$; 6) $c_1 < 0,\ c_2 > 0$; 7) $c_1 > 0,\ c_2 > 0$; 8) $c_1 > 0,\ c_2 < 0$.

В зависимости от того, каковы значения коэффициентов c_1, c_2, имеем следующие варианты выбора оптимального распределения капиталовложений:

$$\begin{cases} 1)\ I_K^* = 0,\ I_R^* = I; \quad 2)\ I_K^* \in [0, I],\ I_R^* = 0; \quad 3)\ I_K^* = I,\ I_R^* = 0; \\ 4)\ I_K^* = 0,\ I_R^* \in [0, I]; \quad 5)\ I_K^* = 0,\ I_R^* = 0; \\ 6)\ I_K^* = 0,\ I_R^* = I; \quad 7)\ I_K^* = I,\ I_R^* = 0. \end{cases}$$

Ситуацию 8) необходимо исследовать отдельно.

8.1) Рассмотрим линию уровня $c_1 I_K + c_2 I_R = 0$. Если $c_1 \setminus c_2 = 1$ (или $(c_1 - c_2) = 0$), то линия уровня параллельна прямой $I_K + I_R = I$, то есть $I_K^* \in [0, I]$, $I_R^* = I - I_K^*$.

8.2) Пусть α – это угол наклона линии уровня к прямой $I_R = 0$ ($\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$), тогда $\frac{c_1}{c_2} = \mathrm{tg}\alpha$. Поскольку на промежутке $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ тангенс возрастает, то из условия $(c_1 - c_2) > 0$ следует, что $\alpha < \frac{3\pi}{4}$, а значит $I_K^* = I$, $I_R^* = 0$.

8.3) Аналогичные соображения приводят к выводу, что при $(c_1 - c_2) < 0$ имеем: $I_K^* = 0$, $I_R^* = I$.

Дадим каждой из этих ситуаций соответствующее социально-экономическое толкование. Ситуация 1) может возникнуть, когда количество трудовых ресурсов уже очень мало, а капитала достаточно для того, чтобы не инвестировать сектор материального производства. Повышение уровня трудовых ресурсов происходит благодаря уменьшению производства (а тем самым и уменьшения использования ресурсов), а также инвестированию сектора по восстановлению ресурсов (социальной сферы).

В ситуации 2) трудовых ресурсов достаточно для того, чтобы их можно было бы в ближайшее время не восстанавливать, капитал представлен в относительно достаточном объеме, поэтому в этой ситуации можно частично проинвестировать сектор материального производства.

Ситуация 3) означает, что состояние трудовых ресурсов находятся в пределах допустимых значений, и поэтому все инвестиции было бы целесообразно вложить в сектор материального производства.

В ситуации 4) состояние трудовых ресурсов также находится в пределах нормы, а сектор материального производства не инвестируется, поэтому увеличения уровня трудовых ресурсов можно достичь естественным восстановлением ресурсов, а также возможно вложение любой суммы инвестиций для достижения большего восстановления трудового ресурса, и, тем самым, получить запас на будущее.

Ситуация 5) означает, что увеличения социального уровня трудовых ресурсов можно достичь за счет уменьшения объемов производства и естественного восстановления ресурсов. Эта ситуация приводит к уменьшению капитала, который можно уменьшать до тех пор, пока это не начнет сказываться на жизненном уровне людей или экономическом состоянии страны.

Ситуация 6) полностью аналогична ситуации 1); ситуация 7) аналогична ситуации 3).

Определение оптимальных инвестиций

Для нахождения решения исходной задачи (1), учитывая (2), решим сопряженную систему:

$$\begin{cases} \dot{\psi}_1 = -\dfrac{\partial H}{\partial K} = \mu\psi_1, \\ \dot{\psi}_2 = -\dfrac{\partial H}{\partial R} = c\psi_2. \end{cases} \tag{4}$$

Решениями системы (4) будут функции:

$$\psi_1(t) = d_1 e^{\mu t}, \qquad \psi_2(t) = d_2 e^{ct}, \tag{5}$$

где d_1 и d_2 – произвольные постоянные.

Так как (1) является задачей со свободным правым концом, то справедливы условия трансверсальности:

$$\begin{aligned} &\psi_1(T) = -\,v_1, \\ &\psi_2(T) = -\,2v_2(R^* - R(T)). \end{aligned} \tag{6}$$

Учитывая (5), (6), можем найти решение системы (4), которое будет иметь вид:

$$\psi_1(t) = -v_1 e^{\mu(t-T)}, \qquad \psi_2(t) = -\,2v_2(R^* - R(T))e^{c(t-T)}.$$

Очевидно, что $\psi_1(t) < 0$ для произвольного значения t.

Изучим поведение функций $c_i(t)$, $i = \overline{1, 2}$. В дальнейшем будем считать, что весовые коэффициенты u_i, v_i, $i = \overline{1, 2}$, являются положительными.

Рассмотрим лишь тот случай, когда $R^* \geq R(T)$. Тогда $\psi_2(t) \leq 0$. Следовательно, $c_2(t) < 0$ при $t \in [0, T]$. Теперь необходимо только исследовать знак коэффициента c_1. Найдем $c_1(t)$:

$$c_1(t) = \psi_1 - \xi\psi_2 - u_1 = -v_1 e^{\mu(t-T)} + 2\xi v_2(R^* - R(T))e^{c(t-T)} - u_1. \tag{7}$$

В качестве упрощения предположим, что $\mu = c$, тогда (7) будет иметь следующий вид:

$$c_1(t) = (2\xi v_2(R^* - R(T)) - v_1)e^{c(t-T)} - u_1.$$

Далее исследуем знак коэффициента $c_1(t)$:

1. Если $2\xi v_2(R^* - R(T)) - v_1 \leq 0$, то всегда $c_1(t) < 0$ при любом t.

2. Если $2\xi v_2(R^* - R(T)) - v_1 > 0$, то $c_1(t) < 0$ при $t < t^*$ и $c_1(t) > 0$ при $t > t^*$, где t^* имеет вид:

$$t^* = T + \frac{\ln\left(\dfrac{u_1}{2\xi v_2(R^* - R(T)) - v_1}\right)}{c},$$

причем $c_1(t^*) = 0$. Поскольку мы предположили, что $c_2 < 0$, то для данной ситуации ($R^* \geq R(T)$) существуют три варианта оптимального распределения инвестиций:

$$(I_K^*, I_R^*) = \begin{cases} c_1 < 0,\ c_2 < 0,\ I_K^* = 0,\ I_R^* = 0, \\ c_1 = 0,\ c_2 < 0,\ I_K^* \in [0, I],\ I_R^* = 0, \\ c_1 > 0,\ c_2 < 0,\ I_K^* = I,\ I_R^* = 0. \end{cases}$$

1. В случае $c_1 < 0$, $c_2 < 0$ мы имеем случай 5) из рассмотренных выше ситуаций. С точки зрения экономики в этом случае сектор материального производства не инвестируется, следовательно, не получает должного развития, и поэтому из (1) следует, что и природный (трудовой) ресурс способен

самовоспроизводиться без дополнительных капиталовложений. Данную ситуацию целесообразно использовать, если уменьшение капитала не слишком скажется на жизненном уровне людей или экономическом состоянии страны.

2. В случае $c_1 = 0,\ c_2 < 0$ мы имеем случай 2) с оптимальным распределением инвестиций $I_K^* \in [0, I],\ I_R^* = 0$. Реально такая ситуация может означать, что состояние имеющихся трудовых ресурсов находится в пределах нормы или даже есть избыток ресурсов, а состояние капитала приближается к норме, поэтому можно осуществить некоторые капиталовложения в сектор материального производства с тем, чтобы получить дополнительную прибыль и довести величину капитала до нормы, или даже получить запас производственного капитала.

3. Эта ситуация совпадает со случаем 7) и означает, что уровень капитала стал критически малым, а состояние имеющихся трудовых ресурсов находятся в пределах нормы, поэтому целесообразно было бы инвестировать сектор материального производства и наращивать объемы производственного капитала.

Как видим, ситуация, когда $R^* \geq R(T)$ (то есть, когда запас ресурса в конце планового периода не превышает значение показателя состояния невозмущенных ресурсов), свидетельствует о том, что природный ресурс способен самовоспроизводиться на данном промежутке времени без дополнительных капиталовложений, что и подтверждается результатами исследования.

С целью нахождения соответствующих оптимальных траекторий достаточно решить систему дифференциальных уравнений в задаче (1), подставляя в нее найденные оптимальные значения инвестиций. Итак, имеем следующие три случая:

1. Для всех $t \in [0, T]$ $c_1 < 0$, $c_2 < 0$. Оптимальные значения капиталовложений: $I_K^* = 0$, $I_R^* = 0$. Подставляя эти значения в систему дифференциальных уравнений задачи (1) и решая ее, получим такие оптимальные траектории:

$$\tilde{\tilde{K}}(t) = K^{(0)} e^{-\mu t}, \qquad \tilde{\tilde{R}}(t) = (R^{(0)} - R^*) e^{-ct} + R^*.$$

2. Для всех $t \in [0, T]$ $c_1 = 0$, а $c_2 < 0$. Оптимальные значения соответствующих инвестиций: $I_K^* \in [0, I]$, $I_R^* = 0$, а соответствующие им оптимальные траектории:

$$\tilde{\tilde{K}}(t) = (K^{(0)} - \frac{I_K^*}{\mu}) e^{-\mu t} + \frac{I_K^*}{\mu}, \qquad \tilde{\tilde{R}}(t) = (R^{(0)} - R^* + \frac{\xi}{c} I_K^*) e^{-ct} + R^* - \frac{\xi}{c} I_K^*. \tag{8}$$

3. Для всех $t \in [0, T]$ $c_1 > 0$, а $c_2 < 0$. Решением будут значения $I_K^* = I$, $I_R^* = 0$, а оптимальные траектории для этого случая имеют вид, аналогичный (8) при $I_K^* = I$.

Выводы

В данном исследовании была рассмотрена динамика экономической системы, согласованную с динамикой самовосстанавливающихся природных ресурсов. В частности, если в роли последних рассматривать трудовые ресурсы, то модель приобретает признаки социально-экономического характера. В рамках такой социально-экономической системы рассмотрена противоречивая задача об оптимальном распределении определенного ограниченного объема капиталовложений (инвестиций) в течение заданного промежутка времени таким образом, чтобы в конце данного периода достичь как максимально возможного результата в экономической сфере, так и наилучшего эффекта относительно природного (трудового) ресурса, и при этом достичь этой цели необходимо минимальными инвестиционными расходами.

В работе предложен один из вариантов решения такой проблемы. Исходная задача оптимального управления сведена к задаче линейного программирования. Последняя была решена для одной из возможных ситуаций, касающихся состояния социальной составляющей (трудового ресурса). Для указанной ситуации были найдены оптимальные инвестиций и для каждого из оптимальных значений капиталовложений были построены оптимальные траектории, характеризующие состояния экономической и социальной составляющих системы.

Заключение

Экономическое развитие в целом определяется тремя факторами экономического роста: трудовыми ресурсами, искусственно созданными средствами производства, природными ресурсами. Экономическая наука мало обращала внимание на экологические и социальные проблемы, что и послужило одной из причин формирования техногенного типа экономического развития. Этот тип можно охарактеризовать как природоразрушающий, основанный на использовании искусственных средств производства, созданных без учета экологических ограничений.

С целью предотвращения глобального и локального экологических кризисов необходимо заменить техногенный тип развития на устойчивый. Последний дает возможность удовлетворить потребности современных поколений, однако не ставит под угрозу существование последующих. Этот тезис, очевидно, касается и социального контекста. Развитие экологической экономики тесно связано с приоритетами внутренней и внешней политики любого государства. Они должны обеспечить природо- и ресурсосберегающие национальные интересы в рамках концепции устойчивого экономического развития.

Результаты исследования могут служить методологической базой для принятия оптимальных управленческих решений, касающихся согласованного финансирования вышеуказанных составляющих устойчивого экономического развития.

Благодарности

Автор благодарен проф. Волошину А.Ф. за ценные консультации при написании статьи.

Работа опубликована при финансовой поддержке проекта **ITHEA XXI** Института информационных теорий и приложений FOI ITHEA Болгария www.ithea.org и Ассоциации создателей и пользователей интеллектуальных систем ADUIS Украина www.aduis.com.ua.

Библиография

[Волошин, 2006] Волошин О.Ф., Мащенко С.О. Теорія прийняття рішень: Навчальний посібник. – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2006. – 304 с.

[Григорків, 1998] Григорків В.С. Оптимальне інвестування еколого-економічної системи // Вісник Київського Університету, серія фізико-математичні науки. Випуск 3, 1998. С. 169-174.

[Коробова, 2001] Коробова М.В. Агрегированная оптимизационная модель эколого-экономического взаимодействия // Проблемы управления и информатики, 2001, № 4. С. 144-154.

[Кротов, 1990] Основы теории оптимального управления / Под ред. В.Ф. Кротова. – М.: Высшая школа, 1990. – 430 с.

Сведения об авторе

Коробова Марина Витальевна *– Доцент, Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, факультет кибернетики. Киев, Украина. E-mail: mkorobova@rambler.ru*