
ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО РАСПИСАНИЯ МЕТАЛЛУРГИЧЕСКОГО ПРОИЗВОДСТВА

Александр Турчин

Аннотация: Рассматривается проблема оптимизации производственного портфеля металлургического предприятия в месячном разрезе. Предлагается двухуровневая математическая модель, в которой комбинируется как планирование по дням в течение месяца, так и суточное планирование производства. В результате возникает специальная задача оптимизации, для решения которой можно применять приближенные комбинаторные алгоритмы.

Keywords: combinatorial optimization, production portfolio metallurgical works.

ACM Classification Keywords: G.1.6 Numerical Analysis; G.2.1 Discrete Mathematics.

Conference: The paper is selected from XVth International Conference “Knowledge-Dialogue-Solution” KDS-2 2009, Kyiv, Ukraine, October, 2009.

Постановка задачи оптимизации производственного расписания

Для постановки задачи оптимизации производственного расписания металлургического производства необходимо проанализировать основные технологические процессы сталеплавильного и листопрокатного производства, определить их значимые ограничения, сформулировать требования к функциональности системы автоматического формирования оптимального производственного расписания.

В производственных подразделениях металлургического комбината реализуются следующие основные процессы:

1. Литье слябов в машине непрерывного литья заготовки.
2. Разогрев слябов перед прокаткой в нагревательных печах.
3. Прокат слябов.
4. Порезка раската на отдельные листы и обработка листов.
5. Складирование готовой продукции и высылка заказов.

Соответственно, значимые ограничения, используемые при проектировании системы планирования, будут следующими:

- 1'. Суточная производительность машины непрерывного литья заготовки, объем одной плавки (вытопа).
- 2'. Суточная производительность, время выхода печи на рабочий режим.
- 3'. Суточная производительность, максимальный вес одного сляба.
- 4'. Суточный объем высылки, объем склада готовой продукции.

Следующим шагом является формирование месячного портфеля заказов, основными параметрами которого являются: вес готовой продукции – V (тонн), число отдельных заказов – n (единиц), общее количество листов проката – N (штук).

Каждый лист проката может быть охарактеризован определенным набором параметров (марка стали, метрические параметры, требования по отгрузке и др.), то есть каждому листу может быть приписан

уникальный набор параметров, позволяющий однозначно идентифицировать его на каждом этапе производства.

Требуется создать математическую модель проблемы, которую можно использовать в системах автоматического формирования производственного расписания, обеспечивающего выполнение принятых заказов наиболее оптимальным способом. Под производственным расписанием, подразумевается совокупность графиков выпуска продукции производственными подразделениями, в т.ч.:

- график литья слябов;
- график разогрева слябов;
- график проката слябов;
- график высылки заказов.

Основным критерием оценки эффективности создаваемого инструмента планирования является исполнимость генерируемого им производственного расписания, которая подразумевает соответствие создаваемых планов технологическим нормам и удовлетворение существующим ограничениям.

Также следует отметить, что на этапах формирования слябов возникают оптимизационные задачи, которые относятся к классу проблем оптимального раскроя (см., например, [1-3]). Отметим, что для решения одного из классов подобных задач успешно использовались G-алгоритмы [4].

Построение математической модели

Как видно из приведенной последовательности шагов 1-5, процесс выстраивания искомой последовательности листов является основополагающим по отношению ко всем другим процессам. Формирование последовательности листов однозначно определяет последовательность всех других технологических процессов – литья слябов, разогрева слябов и высылки сформированных заказов. При этом реализация указанных процессов не представляется сколь-нибудь сложной, т.к. перестановок каких либо элементов в сформированной последовательности не предполагается.

Упорядочение же последовательности листов из портфеля заказов является сложной оптимизационной задачей, учитывая размерности возникающих задач на перестановках, а также трудоемкость процесса вычисления значений целевой функции, поскольку для этого необходимо проимитировать выполняемые технологические процессы и операции по обработке листов, составляющих производственный портфель.

Предлагается такая двухуровневая математическая модель: на верхнем уровне происходит разделение слябов – и, как результат, листов – по дням планируемого периода с учетом ограничивающих условий, а на нижнем уровне – формирование и решение задач, которые относятся к суточному планированию.

Как по содержанию, так и с математической точки зрения центральной является задача распределения заказов между днями планового периода, поэтому сосредоточимся именно на этой задаче.

Введем обозначения:

$N = \{1, \dots, n\}$ – множество номеров (идентификаторов) листов в портфеле заказов;

V_i – вес i -го листа, $i=1, \dots, n$;

n – число всех листов;

N^k – листы, которые входят в k -й заказ, $k = 1, \dots, K$;

K – число заказов;

S – число сформированных слябов, которые поступают на прокатное производство и для каждого из которых приписаны определенные листы заказа с учетом класса стали;

D^k – директивный срок исполнения k -го заказа (если для некоторого заказа $l \in \{1, \dots, K\}$ он отсутствует, то считаем $D^l = T$);

B – пропускная способность прокатного стана в сутки;

w^k – вес (значимость) k -го заказа;

m^s – класс (код) стали s -го сляба, $s = 1, \dots, S$;

T – прогнозный период (для месячного планирования $T \in \{28, 29, 30, 31\}$),

Множество имеющихся в наличии слябов можно описать матрицей $Y=(y_{is})_{n \times S}$, где

$$y_{is} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-й лист входит в } s\text{-й сляб,} \\ 0 & \text{– в противном случае.} \end{cases}$$

Тут $i=1, \dots, n; s=1, \dots, S$. Понятно, что заказы формируют разбиение портфеля:

$$N = \bigcup_{k=1}^K N^k; \quad N^i \cap N^j = \emptyset \quad \forall i \neq j, \quad i, j = 1, \dots, K.$$

Для представления варианта решения введем матрицу $X = (x_{st})_{S \times T}$ размера $S \times T$, где

$$x_{st} = \begin{cases} 1, & \text{если } s\text{-й сляб изготавливается в } t\text{-й день,} \\ 0 & \text{– в противном случае.} \end{cases}$$

На основании имеющейся информации запишем матрицу $Z = (z_{it})_{n \times T}$, где

$$z_{it} = \begin{cases} 1, & \text{если лист } i \text{ изготавливается в день } t, \\ 0 & \text{– в противном случае.} \end{cases}$$

Для каждого заказа k , $k \in \{1, \dots, K\}$, введем множество, которое содержит все те дни планового периода, в которые исполняется этот заказ:

$$T^k(x) = \{t \in \{1, \dots, T\} : \sum_{i \in N^k} z_{it} \neq 0\}.$$

Очевидно, что состав этих множеств зависит от варианта распределения слябов (листов) по дням, что и отображено в обозначении.

Пусть теперь

$$d_e^k = \max\{t : t \in T^k(X)\},$$

$$d_b^k = \min\{t : t \in T^k(X)\}.$$

Анализ современных металлургических производств показал, что наиболее важными критериями эффективности могут быть такие показатели.

Критерий 1. Равномерность распределения заказов между днями.

Оптимизация этого критерию преследует цель достижения ритмичности отгрузки готовых заказов, когда готовность к отгрузке определяется завершением изготовления последнего листа из данного заказа.

Критерий 2. Компактность срока (по дням) изготовления заказа отдельного заказчика.

Эта величина определяется как разница между последним и первым днем, когда исполняется данный заказ. Уменьшение числа дней, в которые изготавливается определенный заказа ("разброс дней заказа"), позволяет уменьшить потребность в складских помещениях.

Критерий 3. Максимизация ежедневной загрузки прокатного стана, то есть масса листов, которые катаются за сутки, должна в максимальной мере приближаться к показателю пропускной способности стана.

Указанный критерий учитывает величину отклонений плановых объемов проката от заданного ограничения на производительность прокатного стана.

Критерий 4. Минимизация штрафов за нарушение директивных сроков.

Критерий 5. Минимизация продолжительности исполнения плановых заказов.

Учитывается в том случае, когда загруженность (объем портфеля заказов) не является слишком большой по сравнению с плановым периодом.

Критерий 6. Число марок стали, которые прокатываются каждые сутки, должно быть минимальным.

Формализуем эти критерии минимизации следующим образом.

$$f_1(X) = \max_{i \in \{1, \dots, K-1\}} \{(d_e^{i+1} - d_e^i)^2\} - \min_{i \in \{1, \dots, K-1\}} \{(d_e^{i+1} - d_e^i)^2\}, \quad (1)$$

где предполагается, что числа $l_1, \dots, l_K, (l_i \in \{1, \dots, K\})$ такие, для которых $d_e^{l_1} \leq d_e^{l_2} \leq \dots \leq d_e^{l_K}$.

$$f_2(X) = \max_{1 \leq k \leq K} \{(d_e^k - d_b^k) w^k\}. \quad (2)$$

$$f_3(X) = \max_{1 \leq t \leq T} \{\psi_t\}, \quad (3)$$

$$\text{где } \psi_t = \begin{cases} B - \sum_{s=1}^S (\sum_{i=1}^n y_{si} \cdot V_i) x_{st}, & \text{если } B > \sum_{s=1}^S (\sum_{i=1}^n y_{si} \cdot V_i) x_{st}, \\ \beta(B - \sum_{s=1}^S (\sum_{i=1}^n y_{si} \cdot V_i) x_{st}) & \text{— в противном случае.} \end{cases}$$

$\beta > 0$ – штраф за перегрузку прокатного стана на единицу массы продукции.

$$f_4(X) = \sum_{k=1}^K \delta^k w^k, \quad (4)$$

$$\text{где } \delta^k = \begin{cases} d_e^k - D^k, & \text{если } d_e^k > D^k, \\ 0 & \text{— в противном случае.} \end{cases}$$

$$f_5(X) = \max_{1 \leq k \leq K} d_e^k. \quad (5)$$

$$f_6(X) = \sum_{t=1}^T \mu_t(X), \quad (6)$$

где $\mu_t(X)$ – число разных марок стали на множестве слябов $\{r \in \{1, \dots, S\}: x_{rt} = 1\}$.

Интегральную целевую функцию задачи представим в виде свертки указанных частных критериев:

$$f(X) = \sum_{i=1}^6 \alpha_i f_i(X), \quad (7)$$

где $\alpha_i > 0$ – весовые коэффициенты, устанавливаемые экспертным путем.

Ограничительные условия задачи:

$$\sum_{s=1}^S y_{si} = 1, \quad i = 1, \dots, n; \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^n y_{si} = 1, \quad s = 1, \dots, S; \quad (9)$$

$$\sum_{s=1}^S x_{st} = 1, \quad t = 1, \dots, T; \quad (10)$$

$$\sum_{t=1}^T x_{st} = 1, \quad s = 1, \dots, S; \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^n z_{it} = 1, \quad t = 1, \dots, T; \quad (12)$$

$$\sum_{t=1}^T z_{it} = 1, \quad i = 1, \dots, n; \quad (13)$$

$$d_e^k \geq d_b^k, \quad k = 1, \dots, K. \quad (14)$$

Задача состоит в поиске такой матрицы X_* , которая минимизирует функцию (7), т.е.

$$X_* = \arg \min_{X \in \Pi} f(X), \quad (15)$$

где область Π определяется условиями (8)–(14).

Заключение

Для рассмотренной проблемы оптимизации производственного процесса металлургического производства предложена двухуровневая математическая модель комбинаторной оптимизации. Для решения сформулированной задачи был предложен комбинированный алгоритм, состоящий из алгоритма последовательного построения начального варианта решения и итерационного алгоритма ускоренного вероятностного моделирования [5]. Он был успешно применен на практике на одном из ведущих предприятий металлургического комплекса.

Благодарности

Работа опубликована при финансовой поддержке проекта **ITHEA XXI** Института информационных теорий и приложений FOI ITHEA Болгария www.ithea.org и Ассоциации создателей и пользователей интеллектуальных систем ADUIS Украина www.aduis.com.ua.

Список литературы

- [1]. Сергиенко И.В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации. – К.: Наукова думка, 1985. – 384 с.
- [2]. Пападимитриу Х., Стайглиц К. Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность. – М.: Мир, 1985. – 512 с.
- [3]. Гуляницкий Л.Ф. Решение задач комбинаторной оптимизации алгоритмами ускоренного вероятностного моделирования // Компьютерная математика. – Киев: Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, 2004. – №1. – С. 64–72.
- [4]. Гуляницкий Л.Ф., Гобов Д.А. О сравнении эффективности алгоритмов решения одного класса задач размещения прямоугольников на полубесконечной ленте // Компьютерная математика. – 2003. – №1. – С. 88–97.
- [5]. Hulianytskyi L. F., Turchin A. Y. One class of stochastic local search algorithms // Int. J. "Information theories & applications". – 2008. – 15, N 3. – P. 245-252

Сведения об авторе

Александр Турчин – Украинский центр оптимальных решений в информатике и связи, руководитель проекта. Украина, Киев, 03067, ул. Выборгская, 99, e-mail: turchin@ua.fm